

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук  
(УФИЦ РАН)

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленное структурное  
подразделение Федерального государственного бюджетного научного  
учреждения Уфимского федерального исследовательского центра  
Российской академии наук  
(ИМех УФИЦ РАН)

*На правах рукописи*

**Каримова Гульназ Римовна**

**АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ПОДВОДНЫХ ПЛАСТАХ,  
СОДЕРЖАЩИХ ГАЗОВЫЕ ГИДРАТЫ**

Группа научных специальностей: 1.1. Математика и механика  
Шифр научной специальности: 1.1.9 Механика жидкости, газа и плазмы

**НАУЧНЫЙ ДОКЛАД**

Уфа – 2024

Работа выполнена в Институте механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленном структурном подразделении Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук

**Научный руководитель:**

**Урманчеев Саид Федорович,**

доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории «Механика многофазных систем» Института механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук

**Рецензенты:**

**Галиакбарова Эмилия Вильевна,**

доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Информационные технологии и прикладная математика» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский государственный нефтяной технический университет»

**Хакимова Зульфия Разиевна,**

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Информационные технологии и прикладная математика» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский государственный нефтяной технический университет»

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Газогидратные залежи являются одними из самых перспективных источников энергии в связи с их широким распространением в природе и большими запасами содержащихся в них углеводородов, особенно большая часть сосредоточена в Мировом океане. Газовые гидраты – это кристаллические соединения природного газа и воды, существующие при высоких давлениях и низкой температуре. В настоящее время в мире известно более 200 месторождений и исследователями, занимающиеся обнаружением таких залежей, составлены карты расположений в морях и океанах. Такие скопления выявлены вблизи берегов, в пришельфовых зонах берегов США, Канады, Мексики, Японии, Индии, Китая, Южной Кореи и др., а также в средиземном, Черном, Каспийском, Южно-Китайском морях. В России одним из больших залежей газогидратов является озеро Байкал, так как благодаря активной жизнедеятельности в гидросфере живущих в ней микроорганизмам, накапливается большое количество осадков, богатых органикой, способствующие образованию и накоплению различных типов углеводородов (нефти, битумов, этана, пропана, метилциклогексана), где благоприятные условия для накопления газогидратов метана. По примерной оценке, исследователей в водоемах находится 1 тр. м<sup>3</sup> газа метана.

С другой стороны, в связи с изменениями климата нельзя оставлять без внимания газовые гидраты метана, так как они существуют при температурах и давлениях, близких к условиям их разложения, которые могут представлять потенциальную экологическую опасность. Газогидраты содержат большое количество метана и при смещении теплового равновесия, освободившийся метан может внести весомый вклад в парниковый эффект, что приведет к негативным последствиям на планете.

Исследования методом акустического зондирования гидратосодержащих пород позволяют по акустическим свойствам, а именно по скоростям и проникновению продольных, поперечных волн, волн Стоунли, Лява, коэффициентам падения и прохождения определить плотность содержания газогидратов в пластах и масштабы таких пластов, так как развитие теории исследования волновых процессов в гидратонасыщенных породах является важным вопросом, который позволит более детально развить методы обнаружения и освоения подобных залежей.

**Целью научно - квалификационной работы** является развитие теоретических основ разведки газогидратных месторождений в пористых средах, основанных на акустических явлениях.

**Задачи исследования:**

1. исследование математических моделей обнаружения и масштабов пластов, содержащих газогидраты по акустическим свойствам на основе экспериментальных данных скоростей продольных и поперечных волн для песчаников;

2. выведение аналитических решений в виде гармонической бегущей волны для давления, смещений, потенциалов для векторов продольной и поперечной волны, затухающих волн для косого падения (с помощью основных уравнений механики сплошных сред) и получение дисперсионных уравнений на границе раздела двух сред;

3. определение скоростей волны, глубины проникания звуковой волны, продольных и поперечных волн в жидкость и в твердую среду в зависимости от частоты, определение толщины гидратосодержащего слоя по вырождению волны Стоунли с увеличением ее длительности;

4. построение осцилограммы импульсного сигнала на границе сред с помощью быстрого преобразования Фурье.

### **Научная новизна работы**

1. Предложена математическая модель распространения волны Стоунли на границах «вода – песок, насыщенный водой или газогидратом», «песок, насыщенный водой – песок, насыщенный газогидратом».

2. Предложена теоретическая модель отражения, и преломления акустической волны при наклонном падении на границу раздела «вода – песок, насыщенный водой или газогидратом метана».

3. Определены скорости акустических волн и показана толщина гидратосодержащего слоя по вырождению волны с увеличением ее длительности.

4. Получены углы падения, при которых в слое песка, насыщенном газогидратом, наблюдается вырождение прошедшей продольной волны и усиление поперечной сдвиговой волны, что указывает на эффект волнового канала.

### **Практическая значимость**

Полученные результаты позволяют расширить теорию волновой динамики гидратосодержащих пластов по разведки газогидратных месторождений акустическими методами, по скоростям и поглощению продольных и поперечных волн и волн Стоунли определить плотность содержания газогидратов метана в пластах, а также масштабы таких пластов. По вырождению продольной волны и усилию поперечной волны при построении динамики сигнала учитывать в пределах некоторой характерной толщины устанавливать датчики сдвиговых перемещений.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

Аналитические и численные решения моделей:

1. процесса распространения волны Стоунли на границе «вода - насыщенный водой или газогидратом песок»;
2. распространения волны при наклонном падении на границу раздела между водой и водо-, гидратонасыщенной пористой средой.
3. Установлен эффект волнового канала для поперечной волны водонасыщенном и гидратонасыщенном песке.

**Достоверность полученных результатов** подтверждается использованием фундаментальных уравнений механики сплошных сред, акустики, корректной постановкой физико-математических задач и согласующиеся с результатами некоторых других исследований.

### **Апробация работы**

Основные результаты представлены на следующих конференциях, семинарах и научных школах:

1. Семинары лаборатории механики многофазных систем Института механики им. Р.Р. Мавлютова под руководством доктора физ.-мат. наук, профессора В.Ш. Шагапова;
2. Международная научная конференция «Современные проблемы математики и физики» г. Стерлитамак, 12 – 15 сентября 2021 г.;
3. V Международная научно-практическая конференция «Актуальные проблемы науки и образования в современном вузе» Республика Башкортостан, г. Стерлитамак, 16 – 18 сентября 2021 г.;
4. Конкурс молодых ученых УФИЦ РАН, г. Уфа, 8 февраля 2022 г.;
5. Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2022, г. Сочи, «Буревестник» МГУ, 4 – 14 сентября 2022 г.;
6. Всероссийская научно-практическая конференция «Обратные задачи и математические модели» г. Бирск, 16 сентября 2022 г.;
7. Международная научная конференция «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения», Южный Урал, Якты-Куль оз. Банное, 13 – 17 марта 2023 г.; РБ, Павловка, 11 – 15 марта 2024 г.;
8. XXVII Всероссийская научная конференция студентов-физиков и молодых ученых ВНКСФ – 27, г. Екатеринбург, 2 – 6 апреля 2023 г. (диплом I степени);
9. Конкурс молодых ученых ИМех УФИЦ РАН, г. Уфа, 21 июня 2023 г. (3-е место);
10. Международная научная конференция, посвященная 75-летию академика Академии наук Республики Башкортостан В.Ш. Шагапова «Математическая физика, механика и их приложения», г. Стерлитамак, 21 – 24 июня 2023 г.;

11. Международная научная конференция «Уфимская осенняя математическая школа – 2023», г. Уфа, 4 октября – 8 октября 2023 г.;
12. Международная научно-практическая конференция имени Д.И. Менделеева, посвященная 15-летию Института промышленных технологий и инжиниринга, г. Тюмень, 16 – 18 ноября 2023 г.;
13. XVII Всероссийская молодежная научная конференция «Мавлютовские чтения», г. Уфа, 21 – 23 ноября 2023 г. (2-е место);
14. XXII Всероссийская школа-конференция «Лобачевские чтения – 2023», г. Казань, 27 ноября – 1 декабря 2023 г.;
15. VIII Российская конференция – школа молодых ученых с международным участием «Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения», посвященная 90-летию чл.-корр. РАН М.А. Ильгамова и 70-летию д.ф.-м.н. Р.Х. Болотновой, г. Уфа, 24 – 28 июня 2024 г. (2-е место).

### **Публикации**

Основные научные результаты по теме работы опубликованы в 3 работах в изданиях, индексируемых Web of Science / Scopus, из них 2 в изданиях из перечня ВАК РФ, 14 тезисах по материалам докладов на конференциях.

### **Личный вклад**

Разработка алгоритма решения, программирование и численная реализация задачи, обработка и оформление результатов. Совместно произведена постановка задач и анализ полученных результатов.

### **Объем и структура работы**

Научно-квалификационная работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы.

### **Благодарности**

Автор выражает благодарность д-ру физ.-мат. наук, профессору Урманчееву Сайду Федоровичу, канд. физ.-мат. наук Рафикову Гузаль Ринатовне за обсуждения и совместные исследования.

## **ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** обоснована актуальность темы научно-квалификационной работы, определены цель и задачи исследования, приведены результаты работы с указанием их научной новизны, практической значимости и оценкой достоверности полученных решений.

**В первой главе** приведен литературный обзор по тематике исследования, в котором рассмотрены теоретические и экспериментальные работы, посвященные изучению акустических волн на дне водоемов.

**Во второй главе** исследованы поверхностные волны вертикальной и горизонтальной поляризации на границе раздела воды и пористой среды, насыщенной водой или гидратом метана.

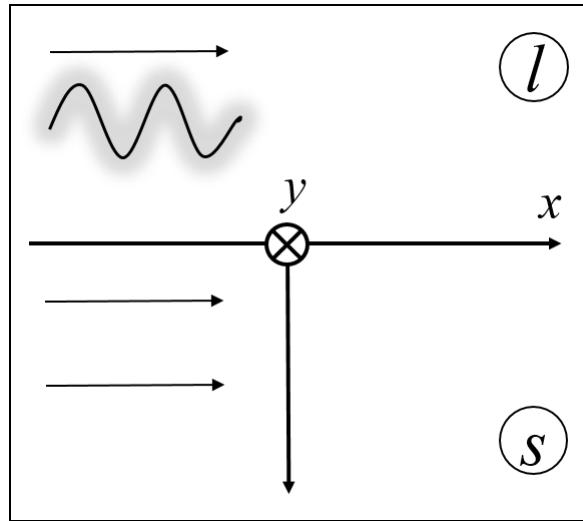


Рис. 1. Схема распространения волны Стоунли на границе раздела воды и пористого полупространства.

Плоская гармоническая поверхностная волна распространяется на границе раздела воды и пористой среды, насыщенной водой или газогидратом метана. Волна направлена вдоль оси  $x$  и не зависит от оси  $y$ . Верхней средой является вода, а нижней границей - пористая среда с водой или газогидратом. Жидкость сжимаема, и волна распространяется далеко от источника возмущения(рис. 1).

Для области жидкости записаны уравнения неразрывности, состояния жидкости и уравнение импульсов:

$$\frac{\partial p^{(l)}}{\partial t} + \rho_0^{(l)} \left( \frac{\partial^2 W_x^{(l)}}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 W_z^{(l)}}{\partial z \partial t} \right) = 0, \quad p^{(l)} = \rho_0^{(l)} C^2, \quad (1)$$

$$\rho_0^{(l)} \frac{\partial^2 W_x^{(l)}}{\partial t^2} = - \frac{\partial p^{(l)}}{\partial x}, \quad \rho_0^{(l)} \frac{\partial^2 W_z^{(l)}}{\partial t^2} = - \frac{\partial p^{(l)}}{\partial z}. \quad (2)$$

Здесь  $p^{(l)}$  – давление,  $\rho_0^{(l)}$  – плотность,  $W_x^{(l)}, W_z^{(l)}$  – смещения частиц в воде по координатам  $x$  и  $z$ ,  $C$  – скорость звуковой волны в жидкости.

Для области твердого тела записаны волновые уравнения:

$$\frac{\partial^2 \varphi^{(s)}}{\partial t^2} = C_l^{(s)2} \left( \frac{\partial^2 \varphi^{(s)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi^{(s)}}{\partial z^2} \right), \quad \frac{\partial^2 \psi^{(s)}}{\partial t^2} = C_t^{(s)2} \left( \frac{\partial^2 \psi^{(s)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi^{(s)}}{\partial z^2} \right) \quad (3),$$

$$C_l^{(s)2} = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho^{(s)}}, \quad C_t^{(s)2} = \frac{\mu}{\rho^{(s)}},$$

где  $\varphi$  и  $\psi$  – скалярный и векторный потенциалы для векторов продольной и поперечной волн в пористом пласте,  $C_l^{(s)}, C_t^{(s)}$  – скорости продольных и поперечных волн соответственно.

Для смещения частиц и компонент тензоров напряжения, согласно закону Гука, принято

$$W_x^{(s)} = \frac{\partial \varphi^{(s)}}{\partial x} + \frac{\partial \psi^{(s)}}{\partial z}, W_z^{(s)} = \frac{\partial \varphi^{(s)}}{\partial z} - \frac{\partial \psi^{(s)}}{\partial x}, \quad (4)$$

$$P_{xz} = \mu \left( \frac{\partial W_x^{(s)}}{\partial z} + \frac{\partial W_z^{(s)}}{\partial x} \right), P_{zz} = \lambda \left( \frac{\partial W_x^{(s)}}{\partial x} + \frac{\partial W_z^{(s)}}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial W_z^{(s)}}{\partial z}. \quad (5)$$

Здесь  $W_x^{(s)}, W_z^{(s)}$  – смещения частиц в воде по координатам  $x$  и  $z$  в пористой среде,  $P_{xz}, P_{zz}$  – компоненты тензора напряжений.

Границные условия выражают отсутствие напряжений и равенство напряжений:

$$z = 0 : P_{zz} = -p^{(l)}, P_{xz} = P_{zz} = 0, W_z^{(s)} = W_z^{(l)} \quad (6)$$

Продифференцируем уравнения (1) и (2), подставляем в (1):

$$\frac{\partial^2 p^{(l)}}{\partial t^2} = C^2 \left( \frac{\partial^2 p^{(l)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^{(l)}}{\partial z^2} \right) \quad (7)$$

Решение для давления и перемещений ищется как гармоническая бегущая волна:

$$p^{(l)} = P^{(l)}(z) e^{i(kx - \omega t)}, W_x^{(l)} = W_x^{(l)}(z) e^{i(kx - \omega t)}, W_z^{(l)} = W_z^{(l)}(z) e^{i(kx - \omega t)} \quad (8)$$

Из уравнений (2) и (7) с учетом решений (8) следует дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\frac{d^2 P^{(l)}(z)}{dz^2} = (k^2 - k^{(l)2}) P^{(l)}(z), \quad (9)$$

решением, которого является выражение:

$$P^{(l)}(z) = -A \rho_0^{(l)} C^2 e^{s^{(l)} z}, \quad (10)$$

здесь  $k^{(l)2} = \omega^2/C^2$ ,  $s^{(l)} = \sqrt{k^2 - k^{(l)2}}$ .

Выражение (8) переходит в выражение с заменой давления:

$$p^{(l)} = -A \rho_0^{(l)} C^2 e^{s^{(l)} z + i(kx - \omega t)}. \quad (11)$$

Подставляя (10) в (8), находим решения уравнений импульса (2), получаем выражения:

$$W_x^{(l)} = -\frac{AikC^2}{\omega^2} e^{s^{(l)} z + i(kx - \omega t)}, W_z^{(l)} = -\frac{AC^2 s^{(l)}}{\omega^2} e^{s^{(l)} z + i(kx - \omega t)}. \quad (12)$$

Решение волновых уравнений в насыщенных пористых средах находится в следующем виде:

$$\varphi = f(z)e^{i(kx-\omega t)}, \psi = g(z)e^{i(kx-\omega t)} \quad (13)$$

Подставив (13) в (3), получим дифференциальные уравнения для  $f$  и  $g$ :

$$\frac{d^2 f(z)}{dz^2} - \left( k^2 - k_l^{(s)2} \right) f(z) = 0, \frac{d^2 g(z)}{dz^2} - \left( k^2 - k_t^{(s)2} \right) g(z) = 0, \quad (14)$$

здесь  $k_l^{(s)2} = \omega^2/C_l^{(s)2}$ ,  $k_t^{(s)2} = \omega^2/C_t^{(s)2}$ .

Принимая во внимание (14), получаем:

$$\varphi = B e^{i(kx-\omega t)-s_l^{(s)}z}, \psi = D e^{i(kx-\omega t)-s_t^{(s)}z}, \quad (15)$$

где  $s_l^{(s)} = \sqrt{k^2 - k_l^{(s)2}}$ ,  $s_t^{(s)} = \sqrt{k^2 - k_t^{(s)2}}$ .

С учетом заданных граничных условий (6) и уравнений (4), (5), (11), (2.12), (15), формируется линейно-однородная система с тремя неизвестными  $A$ ,  $B$  и  $D$ . Из условия существования нетривиального решения было получено дисперсионное уравнение:

$$\begin{vmatrix} 0 & -2s_l^{(s)}ik & s_t^{(s)2} + k^2 \\ -\tilde{\rho}C^2 & C_l^{(s)2}s_l^{(s)2} - k^2(C_l^{(s)2} - 2C_t^{(s)2}) & 2ikC_t^{(s)2}s_t^{(s)} \\ -\frac{s^{(l)}}{k^{(l)2}} & s_l^{(s)} & ik \end{vmatrix} = 0 \quad (17)$$

где  $\tilde{\rho} = \rho_0^{(l)}/\rho^{(s)}$ ,  $s^{(l)} = \sqrt{k^2 - k^{(l)2}}$ ,  $s_l^{(s)} = \sqrt{k^2 - k_l^{(s)2}}$ ,  $s_t^{(s)} = \sqrt{k^2 - k_t^{(s)2}}$ . (18)

Уравнение (17) совпадает с (1.48) из монографии И.А. Викторова<sup>1</sup>, описывающей взаимодействие твердого тела и жидкости. Исходные уравнения были получены путем перехода от случая двух твердых тел к ситуации, где одно из полупространств является жидкостью, с использованием предельных соотношений.

В результате преобразований определителя и замены волновых чисел  $k = \omega/C_{St}$ ,  $k^{(l)} = \omega/C$ ,  $k^{(s)} = \omega/C_i^{(s)}$ ,  $i = l, t$ , получено уравнение для вычисления скорости волны Стоунли на границе между водой и песком, насыщенным водой или гидратом метана:

$$\tilde{\rho} \frac{C_{St}^4}{C_t^{(s)4}} \sqrt{1 - \frac{C_{St}^2}{C_l^{(s)2}}} = \sqrt{1 - \frac{C_{St}^2}{C^2}} \left( 4 \sqrt{\left( 1 - \frac{C_{St}^2}{C_l^{(s)2}} \right) \left( 1 - \frac{C_{St}^2}{C_t^{(s)2}} \right)} - \left( 2 - \frac{C_{St}^2}{C_t^{(s)2}} \right)^2 \right). \quad (19)$$

<sup>1</sup> Викторов И.А. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. Москва: Наука, 1981.

Для численных расчетов использовались значения физических параметров в области воды и пористой среды, насыщенной водой или гидратом метана: плотности воды, гидрата метана, кварцевого песка и пористость ( $\rho^{(l)}=1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho^{(m)}=0,7168$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho^{(q)}=2700$  кг/м<sup>3</sup>,  $m=0.4$ ). Скорости продольных и поперечных волн определены на основе экспериментальных данных<sup>2</sup>, полученных в ходе измерений акустических параметров образцов песка, содержащих воду, лед и гидрат. Плотность пористой среды рассчитывается с учетом насыщенности и плотностей компонентов:

$$\rho^{(s)} = (S_i \rho^{(i)} + \rho^{(m)}(1 - S_i))m + \rho^{(q)}(1 - m),$$

здесь описываются параметры, связанные с насыщенностью пористой среды  $S_i$ , включая плотности гидрата или водой  $\rho^{(i)}$ , индексы ( $i=h, l$ ) относятся к гидрату или воде, плотность метана  $\rho^{(m)}$  и кварцевого песка  $\rho^{(q)}$ , а также пористость  $m$ .

На рис. 2 показаны скорости волн Стоунли, продольных и поперечных волн в водонасыщенном и гидратонасыщенном песке. В водонасыщенном песке скорость волн Стоунли находится в пределах 695-745 м/с, а в гидратонасыщенном - 685-1470 м/с. Скорость волн Стоунли увеличивается с ростом гидратонасыщенности, более чем в два раза в гидратонасыщенном песке, с заметным увеличением при  $S_h = 0-0,15$  и последующим замедлением.

На рис. 3 рассматриваются зависимости глубины проникания звуковых волн в песок, насыщенный водой и газогидратом, от частоты. При низких частотах глубина проникновения может превышать глубину придонной зоны, что препятствует формированию волны Стоунли. Рекомендуется начинать обследование наличия гидратов с коротких волн и высоких частот, поскольку с уменьшением частоты глубины проникновения волн будут приближаться к толщине гидратосодержащих слоев, что нарушит условия для существования волны Стоунли. Также отмечается, что глубина проникновения звуковой волны в воду ниже на границе «вода – гидратонасыщенный песок» по сравнению с границей «вода – водонасыщенный песок».

На рис. 4. представлены зависимости глубины проникания звуковых волн в песок, насыщенный водой и газогидратом, при частоте  $\omega = 5$  с<sup>-1</sup>. Глубина проникания поперечной волны в водонасыщенном песке составляет 220-240 м, что значительно больше, чем для продольной волны и звуковой волны в воде 150-170 м. В песке насыщенным гидратом глубина проникания звуковой волны в воду достигает 400-1600 м, а продольные и поперечные волны имеют

<sup>2</sup> Дучков А.Д., Дучков А.А., Дугаров Г.А., Дробчик А.Н. Скорости ультразвуковых волн в песчаных образцах, содержащих воду, лёд или гидраты метана и тетрагидрофурана. Доклады академии наук. 2018. Т. 478, №1. С. 94-99.

меньшую глубину при  $S_h > 0.1$ . Наибольший рост глубины проникновения наблюдается при гидратонасыщенности  $S_h \sim 0-0.1$ , после чего рост замедляется. Глубина проникновения поперечной волны увеличивается до  $S_h \sim 0.5$ , а затем начинает медленно снижаться. В целом, глубина проникновения волн в газогидратный песок значительно выше, чем в водонасыщенный, профили зависимостей остаются схожими при других частотах.

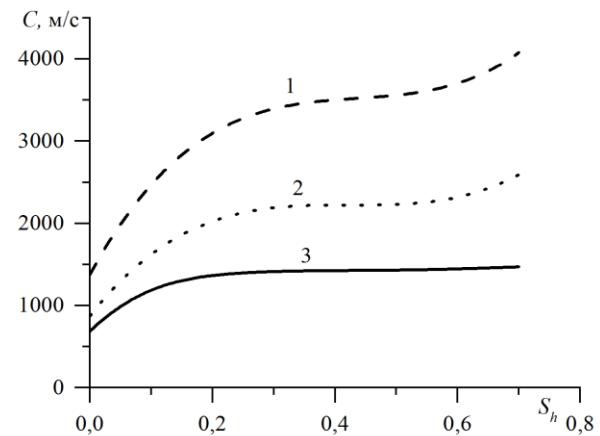
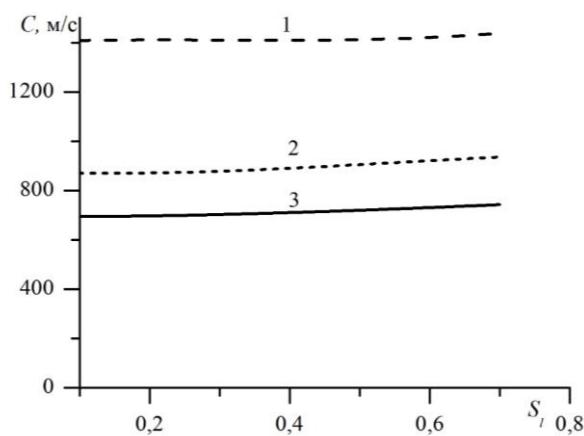


Рис. 2. Зависимость скоростей поперечных, продольных волн, волны Стоунли от насыщенности пористой среды – водой (а), газогидратом (б).

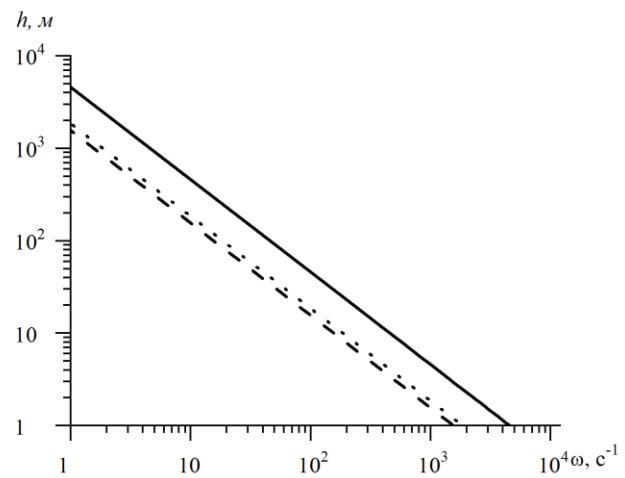
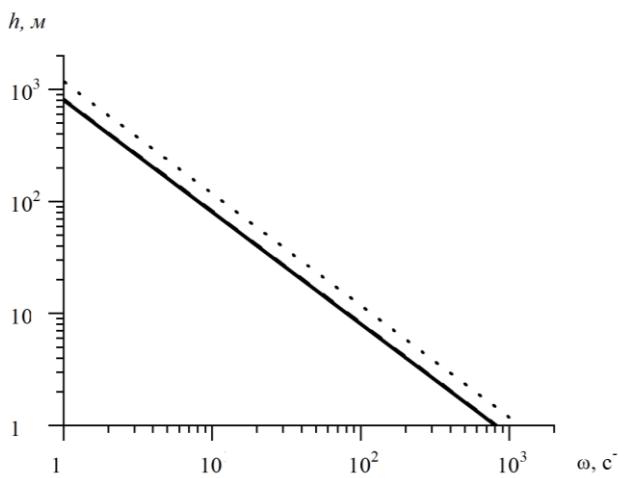


Рис. 3. Зависимости частоты от глубины проникновения волны в случае песка, насыщенного водой (а), газогидратом (б).

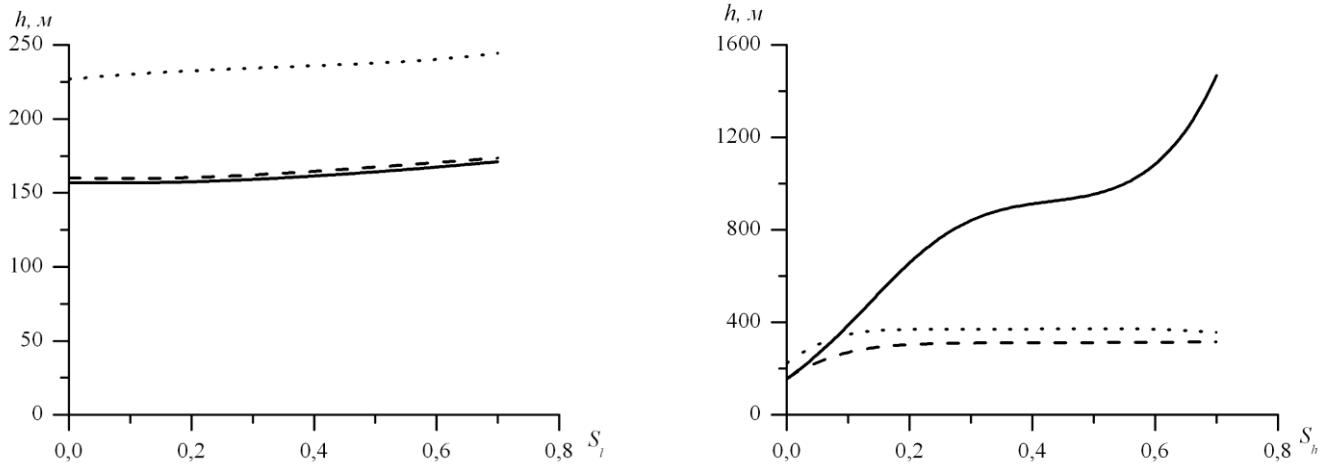


Рис. 4. Зависимость глубины проникновения волн от насыщенности пористой среды – водой (а), газогидратом (б).

**В третьей главе** решена задача по отражению и преломлению волны при наклонном падении на границе раздела сред между водой и пористой средой, насыщенной водой или гидратом метана, по данному способу указаны некоторые особенности исследования морского дна по отражению и преломлению акустических волн.

Рассмотрена задача распространения акустических волн при наклонном падении на границе раздела «вода – песок, насыщенный водой или гидратом метана». Плоскость  $z=0$  – граница раздела сред и механическое состояние не зависит от координаты оси  $u$ ; вдали от границы раздела находится источник звука; под углом  $\theta \leq 90^\circ$  к поверхности раздела расположен фронт падающей волны. На рис. 5 верхняя полуплоскость представлена водой, сжимаемой в акустическом приближении, а нижняя полуплоскость песок – упругое изотропное тело. В рамках гипотезы потенциальности описаны распространение волны и для каждой из сред записаны уравнения потенциалов скоростей, отраженной, падающей, прошедшей продольной и поперечной волн, а также векторов смещения частиц. Граничные условия показывают равенство скорости частиц в воде и песке, равенство смещений частиц и отсутствие касательных напряжений в песке.

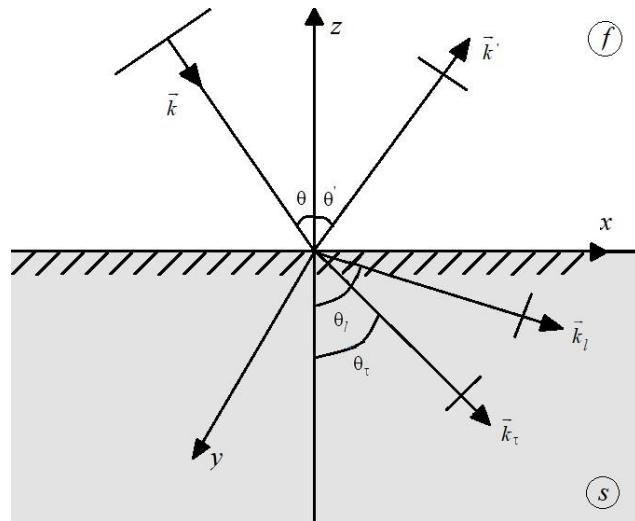


Рис. 5. Схема распространения проходящей, отраженной и падающей волн на границу раздела воды и пористой среды.

Учитывая граничные условия получена система для коэффициентов отражения  $N$ , прохождения продольной  $M_l$  и поперечной  $M_\tau$  волн:

$$\begin{cases} N = \frac{\xi_l \cos^2 2\theta_\tau + \xi_\tau \sin^2 2\theta_\tau - 1}{\xi_l \cos^2 2\theta_\tau + \xi_\tau \sin^2 2\theta_\tau + 1}, \\ M_l = \frac{\rho}{\rho_1} \cdot \frac{2\xi_l \cos 2\theta_\tau}{\xi_l \cos^2 2\theta_\tau + \xi_\tau \sin^2 2\theta_\tau + 1}, \\ M_\tau = \frac{\rho}{\rho_1} \cdot \frac{2\xi_\tau \sin 2\theta_\tau}{\xi_l \cos^2 2\theta_\tau + \xi_\tau \sin^2 2\theta_\tau + 1}. \end{cases}$$

где  $\xi_l = \frac{z_l}{z} = \frac{\rho_1 C_l \cos \theta}{\rho C_w \cos \theta_l}$ ,  $\xi_\tau = \frac{z_\tau}{z} = \frac{\rho_1 C_\tau \cos \theta}{\rho C_w \cos \theta_\tau}$  – приведенные импедансы в песке для продольной и поперечной волн; волновые сопротивления для волн в воде и песке –  $z = \frac{\rho C_w}{\cos \theta}$ ,  $z_l = \frac{\rho_1 C_l}{\cos \theta_l}$ ,  $z_\tau = \frac{\rho_1 C_\tau}{\cos \theta_\tau}$ .

Используя экспериментальные данные значений скоростей продольных и поперечных волн<sup>3</sup> показаны зависимости угла падения от углов преломления продольной и поперечной волн (рис. 6), где в водонасыщенном песке при любых насыщенностях будет определяться прошедшая продольная и поперечные волны.

<sup>3</sup> Дучков А.Д., Дучков А.А., Дугаров Г.А., Дробчик А.Н. Скорости ультразвуковых волн в песчаных образцах, содержащих воду, лёд или гидраты метана и тетрагидрофурана. Доклады академии наук. 2018. Т. 478, №1. С. 94-99.

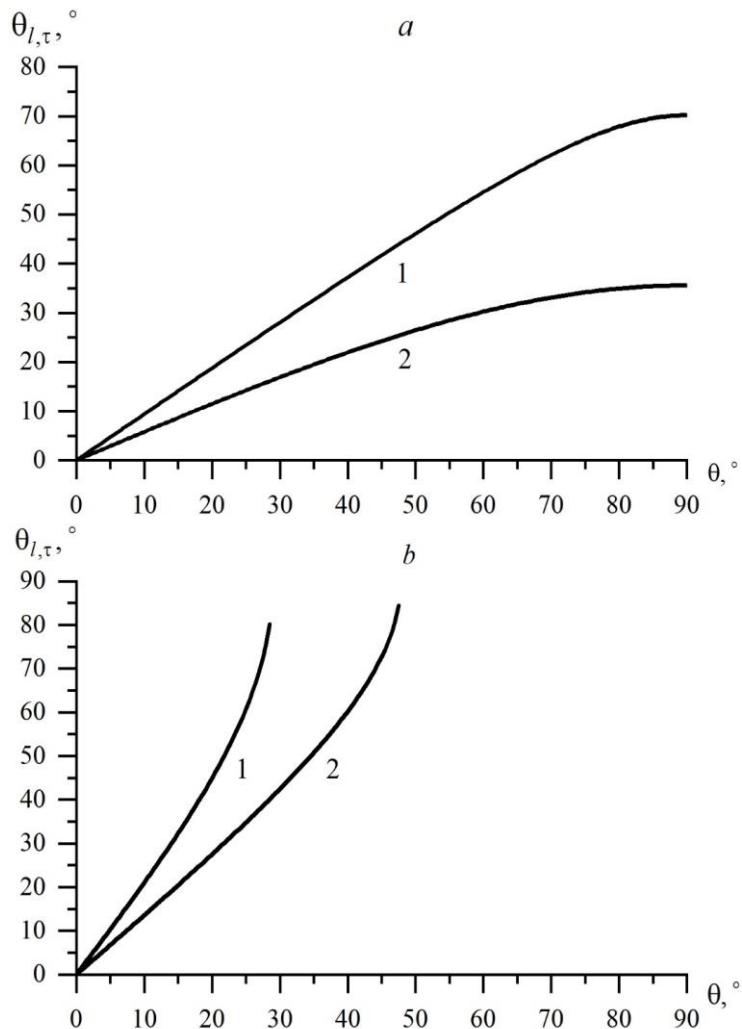


Рис. 6. Зависимости углов преломления продольной  $\theta_l$  (линия 1) и поперечной  $\theta_t$  (линия 2) волн от угла падения волны  $\theta$  для песка, насыщенного водой (а) и гидратом (б) при  $S=0.2$ .

Продемонстрированы модули коэффициентов отражения, прохождения продольной и поперечной волн на рис. 7 для водонасыщенного песка при  $S=0.2$  с изменением угла падения. Видно, при падении под углом в  $90^\circ$  волна скользит по поверхности раздела, а при падении под углом  $50^\circ$  – волна полностью проникает в песок.

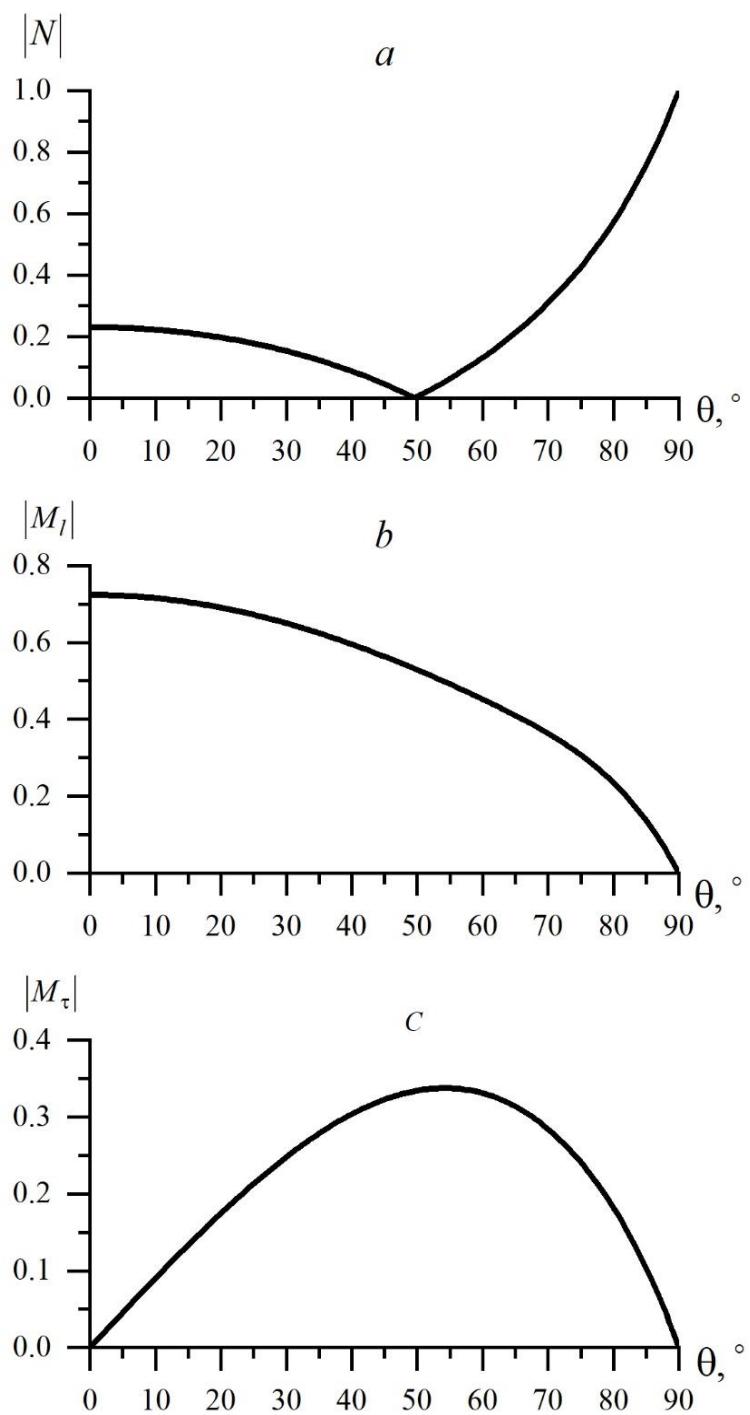


Рис. 7. Зависимости модулей коэффициентов отражения  $|N|$  (а), прохождения продольной  $|M_l|$  (б) и поперечной  $|M_\tau|$  (с) волн от угла падения волны  $\theta$  для песка, насыщенного водой.

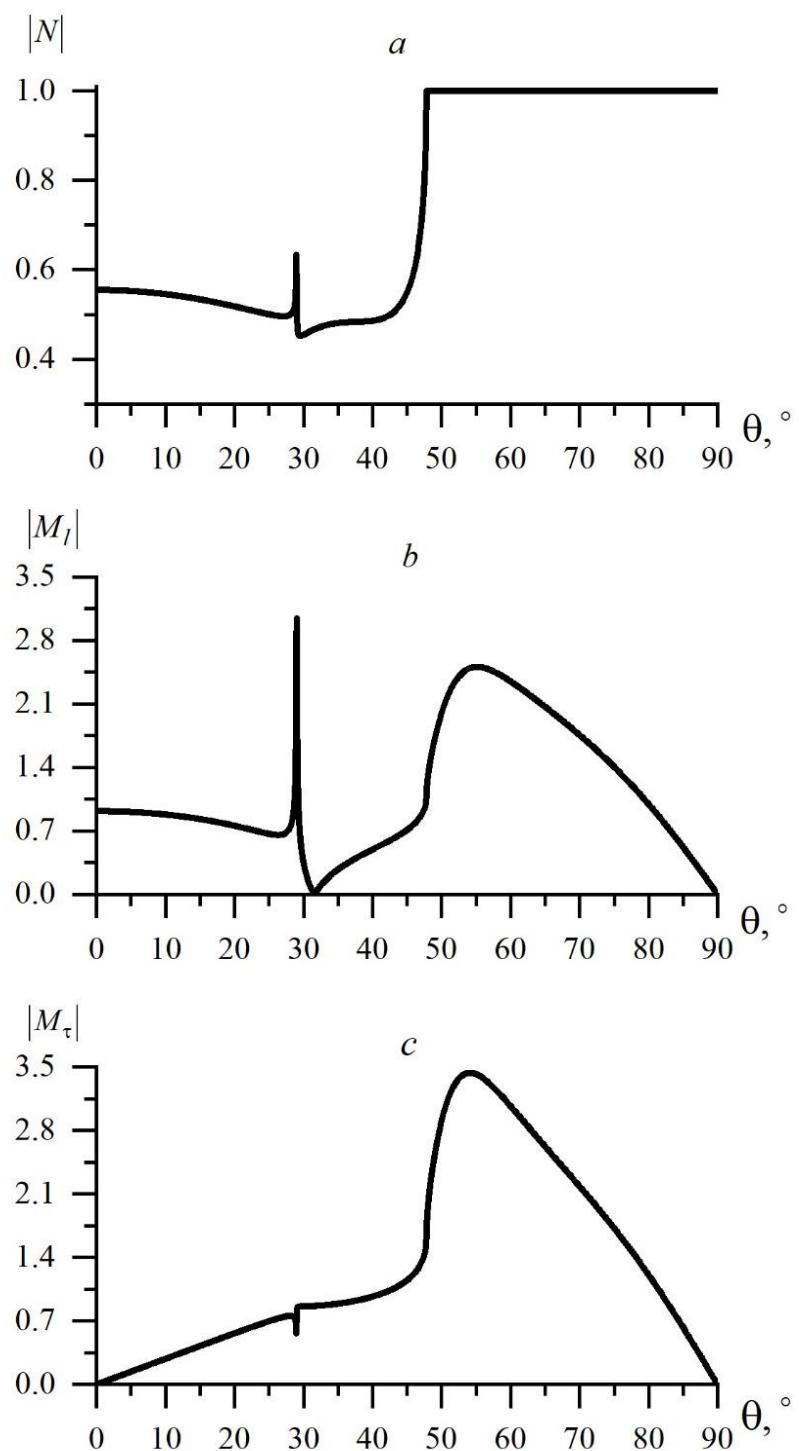


Рис. 8. Зависимости угла падения волны  $\theta$  от модулей коэффициентов отражения  $|N|$  (а), прохождения продольной  $|M_l|$  (б) и поперечной  $|M_\tau|$  (с) волн для песка, насыщенного газогидратом .

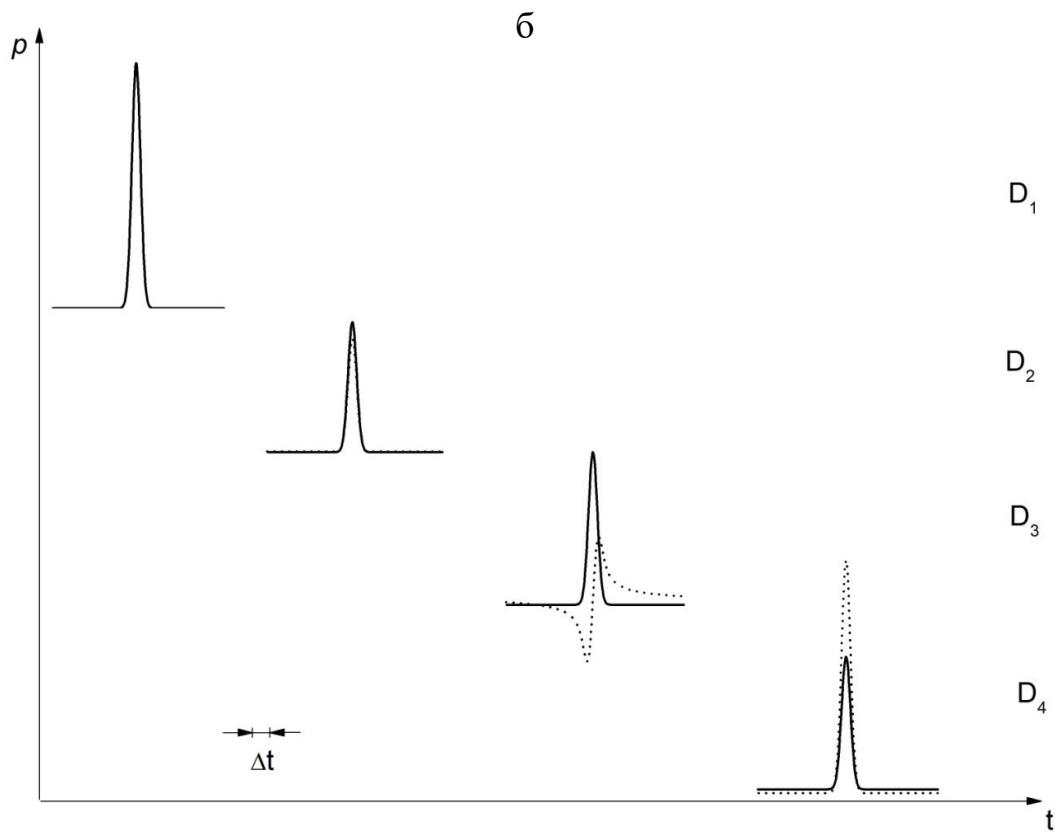
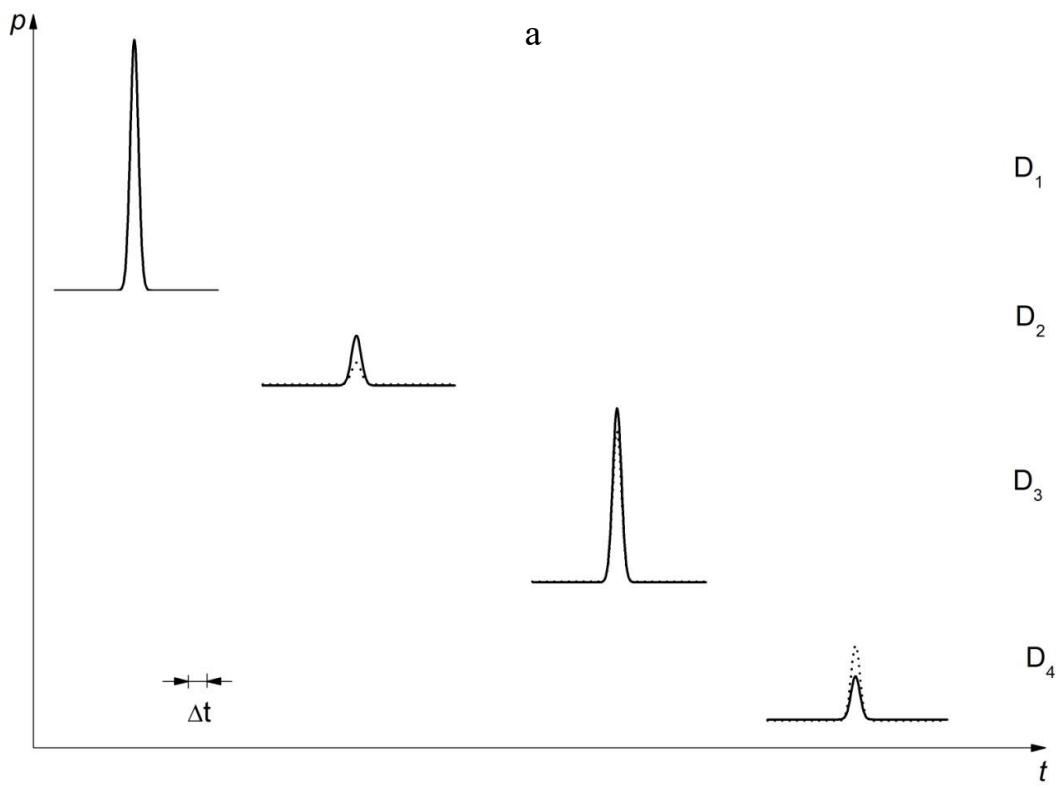


Рис. 9. Динамика сигнала длительности  $\Delta t = 10^{-2}$  с для песка, насыщенного водой (а) и гидратом (б). Сплошные и точечные линии соответствуют углу падения  $\theta = 20^\circ; 40^\circ$ .

Рассмотрены модули коэффициентов отражения, прохождения продольной и поперечной волн на рис. 8 для гидратонасыщенного песка при  $S=0.2$  с изменением угла падения. Заметим, что в случае гидратонасыщенного песка волна приобретает свойства волнового канала при критических углах падения равных  $29^\circ$  и  $48^\circ$ , усиливаясь в песке в переделах некоторого слоя толщины  $h_l$  и  $h_r$ . Это усиление волны в большей степени проявляется для поперечных волн.

Построена динамика импульсного сигнала колоколообразной формы вблизи границы раздела по алгоритму быстрого преобразования Фурье<sup>4,5</sup>, для песка, насыщенного водой и газогидратом при  $S=0.2$ . Указано, что датчики  $D_1$  и  $D_2$  находятся в воде, а  $D_3$  и  $D_4$  — в песке. Осциллограммы  $D_1$  и  $D_2$  фиксируют падающий и отраженный импульс на границе между водой и песком,  $D_3$  регистрирует продольную волну, а  $D_4$  — поперечные смещения среды. При угле падения  $40^\circ$  в песке, насыщенном газовыми гидратами, усиливаются только поперечные сдвиговые волны. Численный анализ позволяет предположить в совокупности с другими методами для диагностики донных газогидратных залежей необходимо в слое песка толщины  $h_l$  установить датчики сдвиговых перемещений.

---

<sup>4</sup> Губайдуллин А.А., Болдырева О.Ю. Компьютерное моделирование волновых процессов в пористых средах// Вестник кибернетики. 2016. №2(22). С.103-111.

<sup>5</sup> Ефимов В.А. Математический анализ (специальные разделы), ч. I, Москва: Высшая школа, 1980. 279 с.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проедено теоретическое исследование особенностей динамики упругих волн в средах с газогидратными отложениями при положительных температурах.

1. Продемонстрированы модель процесса распространения волны Стоунли на границе раздела «вода - насыщенный водой или газогидратом песок», модель отражения и преломления акустической волны при наклонном падении на границу раздела «вода – песок, насыщенный водой или газогидратом». Найдены аналитические решения в виде гармонической бегущей волны для давления, смещений, потенциалов для векторов продольной и поперечной волны, получено дисперсионное уравнение для определения скорости волны. Получены значения скоростей волны Стоунли для различной насыщенности песка водой, газогидратом. Определена зависимость глубины проникания продольных и поперечных волн в твердую среду от частоты.

2. Предложена идея определения толщины гидратосодержащего слоя по вырождению волны Стоунли с увеличением ее длительности.

3. Показано, что численный анализ скорости распространения акустической волны на границе раздела показывает, что наличие гидрата приводит к существенному увеличению скорости волн Стоунли и не будет формироваться, если глубина проникания продольных и поперечных волн в придонную зону может оказаться порядка глубины толщины гидратного слоя при характерных частотах.

4. Найдены аналитически решения для коэффициентов отражения падающей волны, прохождения продольной и поперечной волн.

5. Установлено, что для насыщенного песка гидратом возможно найти критический угол падения, при котором слой гидратонасыщенного песка некоторой характерной толщины проявляет волноводные свойства для прошедшей поперечной волны. В слое гидратонасыщенного песка наблюдается вырождение прошедшей продольной волны и усиление поперечной сдвиговой волны.

6. Рекомендуется проводить обследование грунта в сейсморазведке на наличие газогидратных залежей при переменных углах падения акустической волны и предусмотреть аппаратуру, регистрирующую поперечные перемещения грунта.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ НАУЧНО – КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ:

1. **Каримова Г.Р.**, Рафикова Г.Р. Вывод дисперсионного уравнения для определения скорости волны Стоунли на границе пористых сред, насыщенных гидратом и водой // Многофазные системы. 2021. Т. 16, № 2. С. 79–83 (РИНЦ)
2. Шагапов В.Ш., Рафикова Г.Р., **Каримова Г.Р.** Волны Стоунли на границе раздела жидкости и пласта, насыщенного гидратом // Актуальные проблемы науки и образования в современном вузе: сборник трудов V Междунар. науч.-практ. конф., Республика Башкортостан, г. Стерлитамак, 16–18 сентября 2021 г. / Отв.ред. А.Л. Галиев. 2021. С. 402 – 404.
3. Шагапов В.Ш., Рафикова Г.Р., **Каримова Г.Р.**, Хакимова З.Р. Волны Стоунли на границе жидкого и твердого полупространств // Современные проблемы математики и физики: материалы Международной научной конференции (г. Стерлитамак, 12 – 15 сентября 2021 г.). Том II / отв. ред. А.И. Филиппов. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2021. С. 199 – 201.
4. Shagapov V.Sh., Rafikova G.R., **Karimova G.R.** Dynamics of Stoneley Waves at the “Water–Water-Saturated or Gas Hydrate-Saturated Sand” Interface // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2022. Vol. 95. No. 4. P. 853-859. (WoS, SCOPUS)
5. Шагапов В.Ш., Рафикова Г.Р., **Каримова Г.Р.** Волны Стоунли на границе раздела воды и песка, насыщенного гидратом или водой // «Обратные задачи и математические модели» Всероссийская научно-практическая конференция (г. Бирск, 16 сентября 2022 г.). 2022. С. 69-71.
6. Рафикова Г.Р., **Каримова Г.Р.** Распространение волны Стоунли на границе раздела воды и песка, насыщенного водой или газогидратом // Всероссийская конференция молодых ученых-механиков YSM-2022. Тезисы докладов (4 – 14 сентября 2022 г., Сочи, «Буревестник» МГУ). 2022. С. 134.
7. Galiakbarova E.V., **Karimova G.R.**, Rafikova G.R. Dynamics of Sonic Wave under Reflection and Transmission at the Interface of Water and Sand Saturated with Water or Gas Hydrate // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. Vol. 44. No. 5. Pp. 1621–1628. (WoS, SCOPUS, ВАК)
8. Галиакбарова Э.В., **Каримова Г.Р.** Акустические волны на границе раздела между водонасыщенными и гидратонасыщенными пористыми средами // Материалы Всероссийской школы-конференции «Лобачевские чтения – 2023» – Казань: Изд-во КФУ, 2023. Т. 67. С. 31-33.
9. Галиакбарова Э.В., **Каримова Г.Р.** Отражение и преломление акустической волны при наклонном падении на границу раздела «вода - песок, насыщенный водой или газогидратом» // Комплексный анализ, математическая

физика и нелинейные уравнения: сборник материалов Международной научной конференции, Уфа, 13–17 марта 2023 года. С. 41-42.

10. Галиакбарова Э.В., **Каримова Г.Р.** Поверхностные акустические волны на границе двух пористых сред (песок, насыщенный гидратом метана или водой (льдом)) // Уфимская осенняя математическая школа 2023: Сборник материалов Международной научной конференции. Уфа, 04–08 октября 2023 года / Отв. редактор З.Ю. Фазулин. Том 2. 2023. С. 206-207.

11. **Каримова Г.Р.** Акустические волны на границе раздела двух сред // XVII Всероссийской молодежной научной конференции «Мавлютовские чтения». Уфа, 21–23 ноября 2023 года.

12. **Каримова Г.Р.** Отражение и преломление косой волны на границе раздела «вода – песок, насыщенный водой или газогидратом» // Сборник тезисов, материалы Двадцать седьмой Всероссийской научной конференции студентов-физиков и молодых ученых (ВНКСФ-27): материалы конференции, тезисы докладов, Екатеринбург, Ростов-на-Дону, 03–06 апреля 2023 года. С. 213-214.

13. **Каримова Г.Р.**, Галиакбарова Э.В. Отражение и прохождение косой волны на границе «вода – песок, насыщенный водой или газогидратом» // Математическая физика, механика и их приложения: Материалы Международной научной конференции, посвященной 75-летию академика АН РБ В.Ш. Шагапова, Стерлитамак, 21–24 июня 2023 года. С. 108-109.

14. Галиакбарова Э.В., **Каримова Г.Р.** Поверхностные акустические волны на границе двух пористых сред, насыщенных гидратом метана и водой (льдом) // ПМТФ. 2024. №4. (в редакции) (WoS, SCOPUS, ВАК)

15. Галиакбарова Э.В., **Каримова Г.Р.** Акустические волны для обследования грунта на наличие газогидратов // Материалы Международной научно-практической конференции им. Д.И. Менделеева, посвящённой 15-летию Института промышленных технологий и инжиниринга: Сборник статей конференции. В 3-х томах, Тюмень, 16–18 ноября 2023 года. – Тюмень: Тюменский индустриальный университет, 2024. – С. 25-27.

16. Галиакбарова Э.В., **Каримова Г.Р.** Акустические волны на границе раздела водонасыщенных и гидратонасыщенных песчаных пород горизонтальной и вертикальной поляризации // Материалы VIII Российской конференции – школы молодых ученых с международным участием «Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения». 2024. С. 25-26.

17. Галиакбарова Э.В., **Каримова Г.Р.** Поверхностные акустические волны горизонтальной и вертикальной поляризации на границе раздела пористых сред // Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения:

Сборник материалов Международной научной конференции, Уфа, 11–15 марта 2024 года. – Уфа: ООО "Аэтерна", 2024. – С. 25-27.