

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук  
(УФИЦ РАН)

Институт физики молекул и кристаллов – обособленное структурное  
подразделение

Федерального государственного бюджетного научного учреждения  
Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии  
наук  
(ИФМК УФИЦ РАН)

На правах рукописи

**Юсупова Розалия Мансуровна**

**АККРЕЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КОМПАКТНЫХ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ  
ОБЪЕКТАХ**

Специальность 1.3.17. «Химическая физика, горение и взрыв, физика  
конденсированного состояния »

**НАУЧНЫЙ ДОКЛАД**

Уфа – 2024

**Работа выполнена в Институте физики молекул и кристаллов –  
обособленном структурном подразделении Федерального  
государственного бюджетного научного учреждения Уфимского  
Федерального исследовательского центра Российской академии наук**

**Научный руководитель:** Измаилов Рамиль Наильевич

кандидат физико-математических наук,

доцент,

старший научный сотрудник

**Актуальность.** Аккреция является одним из важных процессов формирования компактных астрофизических объектов и эффективных механизмов выделения энергии в звездных системах, который влияет на процессы рождения планетных систем, эволюцию двойных звезд, галактических ядер, образование релятивистских струй и т.д.

На сегодняшний день предложено значительное количество моделей дисковой и сферической аккреции. Работы по дисковой аккреции Шакуры-Сюняева (1973) положили начало математической теории аккреционных дисков и модель Новикова-Торна (1974), а основу теории сферически-симметричной аккреции составляют работы Бонди и Мишеля (1978).

Теория аккреции используется для объяснения разнообразных источников рентгеновского излучения, их энергетике, спектров и переменности. К настоящему времени предложено значительное количество моделей дисковой аккреции для объяснения наблюдаемых характеристик квазаров, рентгеновских двойных, катаклизмических переменных, протозвезд.

Если аккреция идет на компактный объект, то его физическая природа непосредственно определяет эффективность процесса. Поэтому черные дыры и кротовые норы, как объекты, имеющие горизонт событий и горловину, соответственно, могут быть выявлены в двойных системах из наблюдений аккрецирующих дисков.

**Цель работы:** исследование свойств сферически-симметричной и дисковой аккреции на компактные астрофизические объекты.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Исследование профилей сферически-симметричной аккреции на кротовые норы;
2. Исследование профилей кинематических и излучательных характеристик тонких аккреционных дисков черных дыр;

3. Исследование профилей кинематических и излучательных характеристик тонких аккреционных дисков кротовых нор;

**Научная новизна работы.** Все основные научные результаты, представленные в работе, являются новыми. Так, исследована сферическая аккреция на кротовые норы и исследовано влияние различных типов заряда на профили дисковой и сферической аккреции черных дыр.

**Научная и практическая ценность работы.** Рассчитаны профили аккреции для черных дыр и кротовых нор, так же основные физические свойства тонких аккреционных дисков, образованных, вокруг черных дыр с зарядом. Определена предельная светимость для компактного объекта со скалярным полем. Предложена схема для численной оценки постоянного интегрирования по модели Бонди-Мишеля.

Предложенные аналитические решения позволили провести сравнительный анализ профилей аккреции и физических свойств аккреционных дисков на основе общепринятых моделей Бонди-Мишеля и Новикова-Торна. Полученные новые результаты, возможно, могут быть использованы в дальнейших теоретических исследованиях сферической и дисковой аккреции и, возможно, дадут основу для получения обобщенной теории аккреции.

**Достоверность результатов диссертации.** Достоверность результатов работы подтверждается корректным использованием теоретических методов обоснования полученных результатов, выводов и рекомендаций; корректностью проведенных математических преобразований и расчетов; согласием полученных результатов с известными результатами в предельных случаях. Основные результаты диссертации опубликованы в рецензируемых изданиях, неоднократно обсуждались на семинарах и конференциях.

**Личное участие автора.** Основные результаты, включенные в работу получены лично автором. В исследованиях, выполненных совместно с научным руководителем, научному руководителю Р. Н. Измаилову

принадлежат постановка задачи, контроль расчетов и обсуждение результатов.

## Основное содержание работы

### 1. Свойства тонкого аккреционного диска вокруг черной дыры Тауб-НУТ

Согласно модели Новикова-Торна вертикальный размер тонкого аккреционного диска намного меньше его горизонтальных размеров, причем вертикальный размер отсчитывается по оси  $Z$  в цилиндрической системе координат. То есть, точно так же как и в модели Шакуры и Сюняева, высота диска  $H$ , равная половине толщины диска, намного меньше радиуса диска  $R$ , т.е.  $R \ll H$ . При этом тонкий диск, согласно рассматриваемой модели, находится в состоянии гидродинамического равновесия, то есть давлением и вертикальным градиентом энтропии можно пренебречь. Охлаждение за счет излучения над поверхностью диска не дает возможности накапливаться теплу, которое возникает при динамическом трении. Именно это состояние равновесия и приводит к образованию диска, то есть стабилизации его вертикального размера.

Рассмотрим физические свойства и характеристики частиц, движущихся по круговой орбите вокруг компактного объекта сферической формы в стационарном и осесимметричном пространстве-времени:

$$ds^2 = g_{tt}dt^2 + 2g_{t\varphi}dtd\varphi + g_{rr}dr^2 + g_{\theta\theta}d\theta^2 + g_{\varphi\varphi}d\varphi^2 \quad (1)$$

Нужно отметить, что метрические функции  $g_{tt}, g_{t\varphi}, g_{rr}, g_{\theta\theta}, g_{\varphi\varphi}$  зависят только от радиальной координаты  $r$  в экваториальном приближении, т.е.  $|\theta - \pi| \ll 1$ .

Уравнения движения имеют следующий вид:

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{\tilde{E}g_{\varphi\varphi} + \tilde{L}g_{t\varphi}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}, \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = -\frac{\tilde{E}g_{t\varphi} + \tilde{L}g_{tt}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}, \quad (3)$$

$$g_{rr} \left( \frac{dr}{d\tau} \right)^2 = -1 + \frac{\tilde{E}^2 g_{\varphi\varphi} + 2\tilde{E}\tilde{L}g_{t\varphi} + \tilde{L}^2 g_{tt}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}. \quad (4)$$

Эффективный потенциал определяется по формуле:

$$V_{eff}(r) = -1 + \frac{\tilde{E}^2 g_{\varphi\varphi} + 2\tilde{E}\tilde{L}g_{t\varphi} + \tilde{L}^2 g_{tt}}{g_{t\varphi}^2 - g_{tt}g_{\varphi\varphi}}. \quad (5)$$

Для круговых стабильных орбит должны выполняться следующие условия:  $V_{eff}(r) = 0, V_{eff,r}(r) = 0$ . Следовательно, выражения для энергии связи  $\tilde{E}$ , углового момента  $\tilde{L}$  и угловой скорости частиц  $\tilde{\Omega}$ , движущихся вокруг компактного объекта имеют вид:

$$\tilde{E} = -\frac{g_{tt} + g_{t\varphi}\Omega}{\sqrt{-g_{tt} - 2g_{t\varphi}\Omega - g_{\varphi\varphi}\Omega^2}}, \quad (6)$$

$$\tilde{L} = \frac{g_{t\varphi} + g_{\varphi\varphi}\Omega}{\sqrt{-g_{tt} - 2g_{t\varphi}\Omega - g_{\varphi\varphi}\Omega^2}}, \quad (7)$$

$$\tilde{\Omega} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{-g_{t\varphi,r} + \sqrt{(g_{t\varphi,r})^2 - g_{tt,r}g_{\varphi\varphi,r}}}{g_{\varphi\varphi,r}}. \quad (8)$$

Все физические параметры, описывающие движение частиц вещества по орбите усредняются по времени  $\Delta t$ , по азимутальному углу  $\Delta t = 2\pi$  и по высоте  $H$  [2].

Поток энергии с поверхности диска определяется по формуле:

$$F(r) = -\frac{\dot{M}_0}{4\pi\sqrt{-g}} \frac{\Omega_{,r}}{(\tilde{E} - \tilde{\Omega}\tilde{L})^2} \int_{r_{ms}}^r (\tilde{E} - \tilde{\Omega}\tilde{L})\tilde{L}_{,r} dr, \quad (9)$$

где  $\dot{M}_0$  - темп аккреции,  $r_{ms}$  - радиус наименьшей стабильной орбиты,  $\sqrt{-g}$  - определитель метрического тензора

Температура в модели Пейджа и Торна определяется точно так же как и модели Шакуры и Сюняева [1], то есть тонкий диск нужно рассматривать как абсолютно черное тело:

$$F(r) = \sigma T^4(r), \quad (10)$$

где  $\sigma$  - постоянная Стефана-Больцмана.

**Расчет физических свойств диска.** Решения Шварцшильда и Тауб-НУТ представляют пример гравитационной дуальности, связь между ними во

многом аналогична связи между магнитными монополями и электрическими зарядами в электродинамике [5]. Однако, остается невыясненным вопрос об их физической интерпретации и возможности существования. В частности, известно, что решения типа Тауб–НУТ содержат замкнутые времениподобные кривые (ЗВК), которые рассматриваются как патология. Однако недавние расчеты показали, что свободное движение вдоль ЗВК невозможно, а содержащиеся в области ЗВК голые сингулярности в виде струн Миснера пронизаемы для геодезических линий [6]. Таким образом, есть основания рассматривать решения данного класса как физически допустимые и учитывать их в астрофизическом моделировании.

Исходная метрика Тауб-НУТ, полученная в работе [7], в координатах Бойера-Линквиста задается в виде:

$$ds^2 = f^{-1}dr^2 + (r^2 + n^2)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) - f(dt - Wd\phi)^2 \quad (11)$$

$$f = \frac{r^2 - 2Mr - n^2}{r^2 + n^2}, \quad (12)$$

$$W = -4n \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (13)$$

где  $M$  – масса объекта,  $n$  - параметр НУТ.

Особый интерес представляет параметр НУТ, который в литературе в основном имеет название «гравомагнитный монополь». При  $n=0$  метрика (11)-(13) переходит в метрику Шварцшильда. Если  $n \neq 0$ , то метрика (11) - (13) стационарна, осесимметрична, но не полностью асимптотично плоская, так как имеет одну квазибесконечную сингулярность [8]. В работе [9] был исследован эффект Саньяка в пространстве-времени вращающейся черной дыры Керра-Тауб-НУТ и получен верхний предел заряда НУТ  $n$  для Земли, значение которого не превышает  $-5,68M$ . В данной работе рассматриваются случаи, когда  $n = 0, 0.3M, 0.5M, 0.9M$  и  $M = 15M_c$  для стационарной черной дыры Тауб-НУТ.

В общем случае, метрическая функция  $W$  определяется по произвольной вещественной константе, которая может влиять на свойства пространства-

времени, так что все решения НУТ определяются линейным элементом:  $W = 2\nu(\cos(\theta) + C)$ , где  $C$  - произвольная вещественная постоянная. В частном случае, при  $C = \pm 1$ , включающего одну сингулярность, решения НУТ будут иметь два квазибесконечных линейных источника [10].

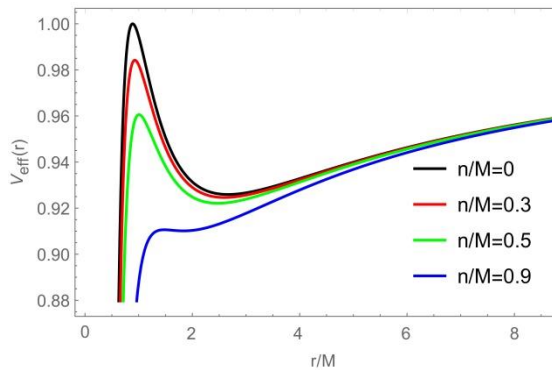


Рис.1. График зависимости эффективного потенциала от радиальной координаты  $r$  при различных значениях параметра НУТ  $n$

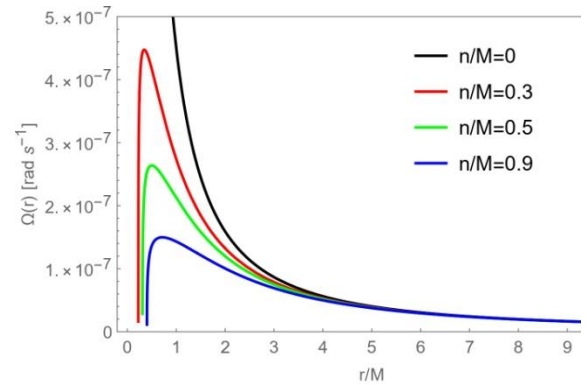


Рис.2. График зависимости угловой скорости частиц от радиальной координаты  $r$  при различных значениях параметра НУТ  $n$

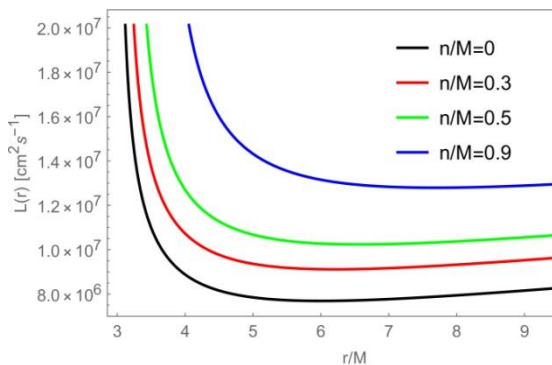


Рис.3. График зависимости углового момента частиц от радиальной координаты  $r$  при различных значениях параметра НУТ  $n$

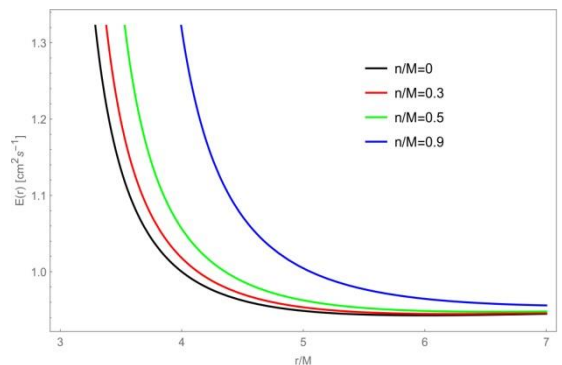


Рис.4. График зависимости энергии частиц от радиальной координаты  $r$  при различных значениях параметра НУТ  $n$

На рисунке 1 представлен график зависимости эффективного потенциала частиц аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ от радиальной координаты в диапазоне  $r \in [0, 9M]$ . Из рисунка видно, что с увеличением параметра НУТ эффективный потенциал частиц уменьшается, то есть частицы взаимодействуют сильнее при значении  $n = 0.9M$ , следовательно, угловая скорость частиц должна быть меньше. Данный вывод подтверждается на рисунке 2, где представлен график зависимости угловой скорости частиц от радиальной координаты. Как показано на рисунке 2 с



увеличением расстояния угловая скорость уменьшается, и влияние параметра НУТ невозможно определить на бесконечности.

На рисунке 3 представлен график зависимости углового момента от радиальной координаты. Согласно рисунку 3, наибольший угловой момент приходится ближе к компактному объекту, то есть частицы в этой области вращаются быстрее, и чем больше параметр НУТ, тем больше угловой момент. Сильное вращение частиц требует большей энергии связи между частицами, что подтверждается рисунком 4, на котором представлен график зависимости энергии связи частиц в зависимости от радиальной координаты. Наибольшая энергия связи частиц соответствует значению параметру НУТ  $n = 0.9M$ . Следовательно, чем больше значение параметра НУТ, тем частицы связаны сильнее и с увеличением расстояния, энергия связи становится неотличимой от решения Шварцшильда.

**Выводы.** В работе мы исследовали, могут ли рассматриваемые типы черных дыр различаться по профилям аккреции. Были исследованы кинематические и излучательные свойства дисков, используя модель Пейдж и Торна, применив ее к иллюстративному компактному аккрецирующему объекту звездных размеров с массой  $M = 15M_c$  и темпом аккреции  $\dot{M}_0 = 10^{18} \text{ г/с}$ . Рисунки 1– 4 демонстрируют кинематические свойства, рисунки 5-6 - излучательные свойства черных дыр Тауб-НУТ и Шварцшильда. В частности, рисунок 6 показывает, что температура диска черной дыры Шварцшильда выше, чем температура диска черной дыры Тауб-НУТ.

В работе было показано влияние параметра НУТ на физические свойства аккреционного диска черной дыры Тауб –НУТ. Анализ полученных данных позволяет сделать следующие выводы:

1) С увеличением значения параметра НУТ эффективный потенциал частиц аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ уменьшается, соответственно уменьшается и угловая скорость частиц.

2) С увеличением значения параметра НУТ увеличивается угловой момент и энергия связи частиц аккреционного диска.

3) С увеличением значения параметра НУТ уменьшается поток энергии с поверхности диска и температура диска.

Общий вывод состоит в том, что два рассматриваемых здесь объекта в принципе различаются по своим аккреционным свойствам. В частности, излучательные характеристики черной дыры Шварцшильда всегда выше чем излучательные характеристики черной дыры Тауб- НУТ

## 2. Сферически-симметричная аккреция на кротовую нору

### Гуларта.

Модель, описывающая процесс аккреции в Ньютоновском приближении впервые была предложена Х.Бонди [11]. Позже Мишель [12] применил эту модель и для релятивистских объектов, а именно в случае черной дыры Шварцшильда. На сегодняшний день проблема аккреции остается актуальной и по данной теме проделано много работ. Например, в [13-16] были определены свойства аккреционных дисков черных дыр и кротовых нор, в [17,18] исследовался процесс аккреции на кротовые норы.

Рассмотрим обобщенную статичную сферически-симметричную метрику [19,20]:

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + \frac{1}{B(r)}dr^2 + C(r)(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2), \quad (1)$$

где  $A(r) > 0$ ,  $B(r) > 0$ ,  $C(r) > 0$  – метрические функции, зависящие только от  $r$ . Тогда, используя закон сохранения энергии-импульса  $0 = T_{\mu}^{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{-g}}(\sqrt{-g}T^{\mu\nu})_{,\mu} + \Gamma_{\alpha\mu}^{\nu}T^{\alpha\mu}$ , получим основные уравнения скорости и плотности жидкости:

$$(\rho + p) \sqrt{u^2 + B(r)} \sqrt{\frac{A(r)}{B(r)}} C(r) = A_1, \quad (2)$$

$$\frac{(\rho+p)}{\rho} \sqrt{u^2 + B(r)} \sqrt{\frac{A(r)}{B(r)}} = A_2, \quad (3)$$

где  $u$  – 4-х скорость,  $A_1, A_2$  – постоянные интегрирования. В работе выбраны произвольные значения  $A_1 = 1, A_2 = 1$ .

Темп аккреции  $\dot{M}$  определяется по формуле:

$$\dot{M} = 4\pi A_3 M^2 (\rho + p), \quad (4)$$

где  $M = 1$ ,  $A_3 = A_2 * A_4 / (1 + \omega)$ ,  $A_4 = 4$ .

Для вычисления потока жидкости на массивный объект, предполагается, что поток испытывает гладкий переход через критическую точку, т.е. при дифференцировании уравнений (2) и (3) можно получить выражение:

$$\left( V^2 - \frac{u^2}{u^2+B} \right) \frac{du}{u} + \left( (V^2 - 1) \left( \frac{A'}{A} - \frac{B'}{B} \right) + \frac{C'}{C} V^2 - \frac{B'}{2(u^2+B)} \right) dr = 0. \quad (6)$$

Если в (6) приравнять две скобки нулю, можно найти критические точки аккреции при  $r = r_c$ , т.н. звуковые точки или критические – это точки, в которых скорость движущейся жидкости равна скорости звука:

$$V^2 = \frac{u_c^2}{u_c^2+B(r_c)}, \quad (7)$$

$$(V_c^2 - 1) \left[ \frac{A'(r_c)}{A(r_c)} - \frac{B'(r_c)}{B(r_c)} \right] + \frac{A'(r_c)}{A(r_c)} V_c^2 = \frac{B'(r_c)}{2(u_c^2+B(r_c))}. \quad (8)$$

После разделения величин  $V_c^2$  и  $u_c^2$  можно получить:

$$u_c^2 = \frac{B(r)C(r)A'(r)}{2A(r)C'(r)}, \quad (9)$$

$$V_c^2 = \frac{C(r)A'(r)}{C(r)A'(r)+2A(r)C'(r)}, \quad (10)$$

где  $u_c$  – скорость жидкости равная скорости звука,  $V_c$  – скорость звука, зависящая от геометрии пространства-времени.

Важно отметить, что  $V_c^2$  и  $u_c^2$  не могут быть отрицательными, так как:

$$\frac{A'(r_c)}{C'(r_c)} > 0. \quad (11)$$

Из уравнения (11) следует, что для заданных метрических компонент можно найти критический радиус в рассматриваемом пространстве-времени.

Предполагается, что аккрецирующая жидкость является изотропной идеальной жидкостью. Для идеальной жидкости справедливо баротропное уравнение:

$$p = \omega \rho, \quad (5)$$

где  $p$  – давление,  $\rho$  – плотность жидкости,  $\omega$  – параметр состояния. В работе рассматриваются 4 типа жидкости, различающиеся значением параметра состояния: пыль ( $\omega = 0$ ); жесткая материя ( $\omega = 1$ ); квинтэссенция ( $-1 < \omega < -1/3$ ); темная энергия ( $\omega < -1$ ).

**Безмассовая кротовая нора Гуларта.** В работе рассматривается решение для безмассовой кротовой норы со скалярным полем в теории Максвелла-Эйнштейна в сферических координатах  $(t, r, \theta, \varphi)$  [11]. Такое поле содержит в себе метрику  $g_{\mu\nu}$ , калибровочное  $A_\mu$  и дилатонное поле  $\varphi$ , а сам дилатон экспоненциально связан с напряженностью электрического поля [12]. Действие имеет вид:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} (R - 2\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi - W(\varphi) F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}), \quad (12)$$

где  $W(\varphi) = e^{-2\varphi}$ .

Тензор электромагнитного поля задается как:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (13)$$

Метрика безмассовой кротовой норы Гуларта со скалярным полем в изотропной системе координат задается в следующем виде [13]:

$$ds^2 = - \left[ \frac{1}{1 + \frac{4r^2 a^2}{(r^2 - k^2)^2}} \right] dt^2 + \left[ \frac{k^4 + 4a^2 r^2 - 2k^2 r^2 + r^4}{4r^4} \right] (dr^2 + r^2 (d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\varphi^2)), \quad (14)$$

$$a^2 = 2PQ, k^2 = \Sigma^2 + a^2,$$

где  $P$  – магнитный заряд,  $Q$  – электрический заряд,  $\Sigma$  – дилатонный заряд. При  $P = 0$  метрика (16) сводится к решению Шварцшильда, а при  $\Sigma = 0$  – к решению [14].

Дилатонное поле выражается как:

$$e^{2\varphi} = e^{2\varphi_0} \frac{r+d_1}{r-d_0}, \quad (15)$$

где  $d_1 = -d_0 = -\Sigma$ ,  $\varphi_0$  – дилатонное поле на бесконечности ( $\varphi_0 = 0$ ),  $d_1, d_0$  – постоянные интегрирования.

Радиус горловины кротовой норы Гуларта определяются по формуле:

$$r_{th} = \frac{1}{2}a(1 + \sqrt{1 + k^2/a^2}). \quad (16)$$

В работе рассматривался случай, когда параметры метрики принимают небольшие значения:  $P = 0,5$ ,  $Q = 0,5$ ,  $\Sigma = 0,5$ .

Далее для метрики были получены аналитические выражения для скорости, плотности и темпа аккреции жидкости соответственно:

$$u = \frac{K}{2r^2(1+\omega)}, \quad (17)$$

$$\rho = \frac{4A_2r^4(k^2-r^2)(1+\omega)}{\sqrt{\frac{r^4(k^2-r^2)^2}{(k^4-2(-2a^2+k^2)r^2+r^4)^2}(k^4-2(-2a^2+k^2)r^2+r^4)^{3/2}K}}, \quad (18)$$

ГДЕ  $K = \sqrt{4a^2A_4^2r^2 + k^4(-1 + A_4 - \omega)(1 + A_4 + \omega) + r^4(-1 + A_4 - \omega)(1 + A_4 + \omega) + 2k^2r^2(-A_4^2 + (1 + \omega)^2)}$ .

$$\dot{M} = 16\pi A_2\rho. \quad (19)$$

Выражения для критической скорости жидкости и скорости звука в пространстве-времени безмассовой кротовой норы Гуларта имеют вид:

$$u_c^2 = \frac{a^2(k^2+r^2)}{2r^2(a^2+r^2)}, \quad (20)$$

$$V_c^2 = \frac{a^2}{a^2+2r^2}. \quad (21)$$

Далее представим графически зависимость от расстояния скорости, плотности и темпа аккреции жидкости из уравнений (17), (18) и (19) для различных значений параметра состояния  $\omega$ .

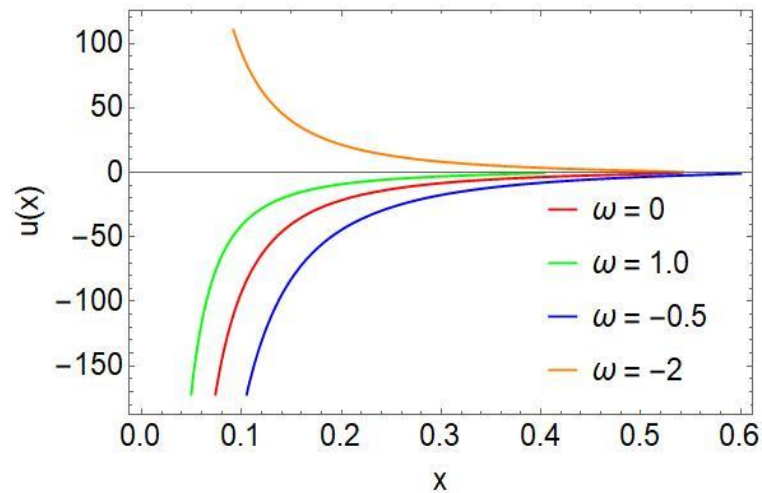


Рис. 1. Профиль скорости жидкости при различных значениях параметра состояния ( $\omega = 0$  – пыль;  $\omega = 1$  – жесткая материя;  $\omega = -0,5$  – квинтэссенция;  $\omega = -2$  – темная энергия) в

зависимости от  $x = \frac{r}{M}$ .

На рисунке 1 представлен график зависимости скорости аккреции от расстояния при различных параметрах состояния. Как видно из графика, при  $x \rightarrow \infty$ ,  $u(x) \rightarrow 0$  и при  $x \rightarrow 0$ ,  $u(x) \rightarrow \infty$ . При аккреции квинтэссенции, пыли, жесткой материи скорости принимают отрицательные значения, это можно интерпретировать, что эти виды материи обратно выталкиваются из кротовой норы. И, наоборот, при аккреции темной энергии значение скорости положительно, а значит, вещество аккрецирует в кротовую нору.

На рисунке 2 приведен график плотности жидкости в зависимости от расстояния. Из графика видно, что при  $\omega = 0$ ,  $\omega = 1$ ,  $\omega = -0,5$  плотность аккрецирующей жидкости возрастает по мере приближения к кротовой норе. При  $\omega = -2$  плотность становится отрицательной, что является нарушением энергетического условия, однако в абсолютном значении плотность энергии всегда увеличивается при любых значениях  $\omega$ . Асимптотически плотность жидкости приближается к нулю на бесконечности, в то время как она приближается к максимуму вблизи кротовой норы из-за сильного (и, возможно, квантового) гравитационного взаимодействия.

На рисунке 3 представлен график зависимости темпа аккреции от расстояния при различных значениях параметра состояния. При малых значениях  $x$ , вблизи центрального объекта,  $\dot{M} > 0$  означает, что масса кротовой норы возрастает для  $\omega = -2$ , т.е. масса кротовой норы увеличивается при аккреции темной энергии. Темп аккреции  $\dot{M} < 0$  при остальных случаях параметра состояния, что ведет к нарушению нулевого энергетического условия, т.е. масса объекта уменьшается. Схожие результаты были получены в работах [17, 18] для других решений, описывающих геометрию кротовых нор.

**Выводы.** В работе были исследованы особенности течения жидкости на безмассовую кротовую нору Гуларта. В частности, рассматривались пыль, жесткая материя, квинтэссенция и темная энергия, но не рассматривались космологическая постоянная, поскольку ее аккреция не влияет на кротовую нору. Обнаружено, что жидкости с различными параметрами состояния

имеют различную эволюцию на фоне кротовой норы, т.е. некоторые жидкости приобретают положительную или отрицательную плотность вблизи рассматриваемого объекта. Так же было установлено, что аккреция темной энергии ведет к увеличению массы кротовой норы Гуларта, тогда как аккреция пыли, жесткой материи, квинтэссенции уменьшает массу объекта. Важно отметить, что в работе не рассматривалась обратная реакция метрики на аккрецию, следовательно, можно допустить, что темп аккреции может принимать большие значения. В дальнейшем планируется провести аналогичный анализ в случае вращающегося сферически-симметричного пространства-времени.

### **Результаты**

В работе рассмотрены два различных вида аккреции: сферически-симметричная аккреция по модели Бонди-Мишеля и дисковая аккреция по модели Новикова-Торна. Во-первых, рассматриваются профили аккреции радиальной скорости, плотности энергии и темпа аккреции. Далее рассматриваются кинематические и излучательные свойства тонких аккреционных дисков, образованных вокруг черных дыр. Исследуются свойства полученных решений и проводится сравнительный анализ с ранее известными теоретическими данными.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ОПУБЛИКОВАНО В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ

### Статьи в изданиях, рекомендованных ВАК

1. **Р.М. Юсупова**, Р.Н. Измаилов. Физические свойства тонкого аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ // Известия УНЦ РАН – 2021. – № 1. – С. 87-91.
2. **Yusupova R.M.**, Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion Flow onto Ellis–Bronnikov Wormhole // Universe. – 2021. – V.7. – P.177.
3. **Р.М. Юсупова**. Процесс аккреции на безмассовую кротовую нору Гуларта // Известия УНЦ РАН – 2023. – № 1. – С. 81-85.

### Статьи, материалы в сборниках научных трудов и конференций

1. **Юсупова Р.М.**, Измаилов Р.Н. Кинематические свойства тонкого аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ // Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании. Тезисы докладов XI Международной школы-конференции студентов, аспирантов и молодых ученых. Уфа, 2020. – С. 60-62.
2. **Yusupova R.M.**, Izmailov R.N. Properties of thin accretion disks in the spacetime of a non-singular charged black hole // Physical Interpretations of Relativity Theory: International Scientific Conference. – Moscow: BMSTU, 2021. – P. 127.
3. Каримов Д.А., Каримов Р.Х., **Юсупова Р.М.**, Измаилов Р.Н. Исследование аккреции квинтэссенции на черную дыру Хэйварда // Фундаментальная математика и ее приложения в естествознании: спутник Международной научной конференции "Уфимская осенняя математическая школа-2022". Тезисы докладов XIII Международной школы-конференции студентов, аспирантов и молодых ученых, посвященной 50-летию образования математического и физического факультетов БашГУ. Уфа, 2022. – С. 47.



4. **R.M. Yusupova.** Accretion processes in the space-time of a charged nonsingular black hole // VI Международная зимняя школа-семинар по гравитации, космологии и астрофизике «Петровские чтения-2023». Тезисы докладов международной научной школы-семинара. — Казань: Изд-во КФУ, 2023. – С. 60.

5. **Юсупова Р.М.,** Измаилов Р.Н., Каримов Р.Х. Исследование процесса аккреции на кротовую нору Дамура-Солодухина // Электронные, спиновые и квантовые процессы в молекулярных и кристаллических системах. Сборник тезисов докладов и сообщений на Всероссийской конференции с международным участием – Уфа: Изд-во БГПУ, 2024. – 104 с.

## Список цитируемой литературы

1. Suleimanov V.F., Lipunova G.V., Shakura N.I. The thickness of accretion  $\alpha$ -disks: theory and observation // *Astron. Rep.* 2007. V. 84. P. 612–626.
2. Page D.N., Thorne K.S. Disk-accretion onto a black hole. Time-averaged structure of accretion disk // *Astrophys. J.* 1974. V. 191. P. 499–506.
3. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion disk around the rotating Damour-Solodukhin wormhole // *Eur. Phys. J. C.* 2019. V. 79. P. 952.
4. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Bhattacharya A., Nandi K.K. Accretion disks around the Gibbons-Maeda-Garfinkle-Horowitz-Strominger charged black holes // *Eur. Phys. J. C.* 2018. V. 78. P. 788.
5. Wu T.T., Yang C.N. Concept of nonintegrable phase factors and global formulation of gauge fields // *Phys. Rev. D.* 1975. V. 12. P. 3845.
6. Bonnor W.B. A class of stationary solutions of the Einstein-Maxwell equations // *Proc. Camb. Phil. Soc.* 1969. V. 66. P. 77–83.
7. Newman E., Tamburino L., Unti T. A Computer Program for the Newman-Janis Algorithm // *J. Math. Phys.* 1963. V. 4. P. 915–923.
8. Manko V.S., Ruiz E. Physical interpretation of the NUT family of solutions // *Class. Quantum Grav.* 2005. V. 22. P. 3555–3560.
9. Kulbakova A.K., Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Upper limit on NUT charge from the observed terrestrial Sagnac effect // *Class. Quantum Grav.* 2018. V. 35. P. 115014
10. Ernst F. J. New Formulation of the Axially Symmetric Gravitational Field Problem // *Phys. Rev.* 1968. V. 167. P. 1175.
11. Bondi H. On Spherically Symmetrical Accretion // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society.* 1952. V. 112 (2). P. 195–204.
12. Michel F.C. Accretion of matter by condensed objects // *Astrophysics and Space Science.* 1972. V. 15. P. 153–160.

13. Юсупова Р.М., Измаилов Р.Н. Физические свойства тонкого аккреционного диска черной дыры Тауб-НУТ // Известия Уфимского научного центра РАН. 2021. № 1. С. 87–91.

14. Юсупова Р.М., Мухтарова Г.Р., Измаилов Р.Н. Предел светимости Эддингтона для безмассовых кротовых нор со скалярным полем // Известия Уфимского научного центра РАН. 2022. № 1. С. 21–24.

15. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Bhattacharya A., Nandi K.K. Accretion disks around the GibbonsMaeda-Garfinkle-Horowitz-Strominger charged black holes // The European Physical Journal C. 2018. V. 78. P. 788.

16. Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion disk around the rotating Damour-Solodukhin wormhole // The European Physical Journal C. 2019. V. 79. P. 952.

17. Yusupova R.M., Karimov R.Kh., Izmailov R.N., Nandi K.K. Accretion Flow onto Ellis–Bronnikov Wormhole // Universe. 2021. V. 7. P. 177.

18. González-Díaz P.F. On the accretion of phantom energy onto wormholes // Physics Letters B 2006. V. 632(2-3). P. 159–161.

19. Бабичев Е.О., Докучаев В.И., Ерошенко Ю.Н. Черные дыры в присутствии темной энергии // Успехи физических наук. 2013. Т. 183. № 12. С. 1257–1280.

20. Bahamonde S., Jamil M. Accretion processes for general spherically symmetric compact objects // The European Physical Journal C 2015. V. 75. P. 508. DOI: