

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук  
(УФИЦ РАН)

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленное структурное  
подразделение Федерального государственного бюджетного научного  
учреждения Уфимского федерального исследовательского центра  
Российской академии наук  
(ИМех УФИЦ РАН)

*На правах рукописи*

**Бадретдинова Рузиля Рустамовна**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ  
С КАВЕРНОЙ ПРИ НАЛИЧИИ ВЯЗКОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ**

Группа научных специальностей:

1.1. – Математика и механика

Шифр научной специальности:

1.1.9 – Механика жидкости, газа и плазмы

**НАУЧНЫЙ ДОКЛАД**

Уфа – 2024

Работа выполнена в Институте механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленном структурном подразделении Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук

**Научный руководитель:**

**Урманчиев Саид Федорович,**

доктор физико-математических наук, г.н.с., главный научный сотрудник лаборатории «Механика многофазных систем» Института механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук

**Рецензенты:**

**Моисеев Константин Валерьевич,**

кандидат физико-математических наук, главный специалист отдела новых технологий добычи нефти и газа ООО «РН-БашНИПИнефть»

**Киреев Виктор Николаевич,**

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры «Прикладная физика» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Уфимский университет науки и технологий»

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### **Актуальность темы.**

На сегодняшний день исследование процессов течения термовязкой жидкости обусловлена широким спектром его применения в различных инженерных и научных областях. В промышленных трубопроводах, таких как нефтепроводы и теплотрассы, температурозависимость вязкости жидкости существенно влияет на энергетические затраты и эффективность транспортировки. Управление потоками в таких системах требует учета температурных изменений, особенно в зонах с измененной геометрией, таких как каверны, где могут возникать зоны рециркуляции и вихри. Это важно для оптимизации систем охлаждения и нагрева, где температурные градиенты могут приводить к значительным изменениям вязкости и, следовательно, к изменению характера потока. В микрофлюидных устройствах, используемых в биомедицинских исследованиях, учет температурных эффектов становится критическим для точного управления потоками и реакциями. Каверны в таких устройствах могут быть использованы для улучшения смешивания или управления временем реакции, что требует детального понимания температурозависимых процессов.

Экологические аспекты также играют важную роль: моделирование природных систем, таких как русла рек или подземные водоносные горизонты, требует учета изменений вязкости жидкости с температурой. Это помогает прогнозировать поведение природных систем и разрабатывать стратегии для предотвращения экологических катастроф. Современные численные методы моделирования требуют адаптации для точного учета температурозависимой вязкости, что повышает точность прогнозов и снижает риски при проектировании инженерных систем. Важность таких исследований также обусловлена необходимостью повышения безопасности и надежности

технологических процессов, где неправильный учет вязкости может привести к авариям и значительным убыткам.

Таким образом, изучение влияния температуры на вязкость жидкости в условиях сложной геометрии каналов с кавернами способствует развитию более энергоэффективных, безопасных и надежных технологий, что делает данную тему актуальной и значимой в современном научно-техническом контексте.

### **Цель работы.**

Развитие теоретических исследований течения однородной жидкости в канале с каверной при наличии зависимости вязкости от температуры.

### **Задачи исследования:**

- развитие и исследование математической модели, описывающая влияние температурозависимой вязкости на поведение течения жидкости в канале с каверной;
- анализ влияния различных параметров на течение;
- проведение численного моделирования.

### **Новизна научной работы.**

1) Разработка и использование модели, учитывающей температурозависимую вязкость в условиях наличия каверн: в отличие от большинства существующих исследований, которые рассматривают либо однородное течение без учета температурных эффектов, либо упрощенные геометрии, данная работа впервые предлагает комплексную модель, учитывающую как наличие каверн, так и зависимость вязкости жидкости от температуры. Это позволяет получить более точное и детализированное представление о поведении потока в реальных условиях.

2) Изучение эффекта каверн на гидродинамические характеристики потока при изменении температуры: впервые проведен систематический

анализ влияния каверн различной формы и размеров на распределение скорости, давления и температурные поля в канале. Это нововведение позволяет понять, как изменения вязкости, вызванные температурными колебаниями, влияют на возникновение рециркуляционных зон и вихреобразование.

**Достоверность результатов** научной работы подтверждены использованием фундаментальных уравнений механики сплошных сред, гидродинамики, универсальных законов сохранения, корректной постановкой физико-математических задач. Математические пакеты, реализующие численные методы решения теоретических моделей, основаны на точных алгоритмах.

### **Благодарности**

Автор выражает глубокую признательность и благодарность своему научному руководителю д-ру физ.-мат. наук, профессору Урманчееву Саиду Федоровичу за постановку задач, полезные советы, постоянное внимание и поддержку при написании выпускной работы.

### **Структура и объем диссертационной работы.**

Работа состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы.

**Во введении** определена актуальность темы диссертационной работы, сформулированы цели и задачи исследования, приведены основные положения и результаты работы с подтверждением их достоверности, представлена их научная новизна и практическая значимость.

**В первой главе** приведен обзор научных исследований, в которых изучены течения термовязкой жидкости. Проанализированы основные методы диагностики зависимости вязкости от температуры.

**Во второй главе** описаны экспериментальные методы, используемых для изучения двойной диффузионной конвекции. Она включает описание установки эксперимента, подготовку к экспериментам и методы сбора и обработки данных.

**В третьей главе** решена задача о течении жидкости в канале с каверной при наличии зависимости вязкости от температуры.

**В заключении** изложены результаты, полученные в процессе написания работы.

### **Моделирование ламинарного течения жидкости в прямоугольном канале.**

В настоящем исследовании рассматривается поведение течения при обтекании прямоугольной полости с различными соотношениями ширины к высоте ( $b/h$ ). Изменение этих соотношений приводит к появлению различных типов вихрей, которые могут существенно влиять на общее поведение потока. Понимание динамики таких вихрей важно не только с теоретической точки зрения, но и для оптимизации различных инженерных решений, связанных с управлением потоком.

В данной работе будут отображены линии тока и вихревые образования. В рамках эксперимента будут исследоваться различные значения соотношения  $b/h$ , и проводиться анализ влияния числа Рейнольдса на формирование и развитие вихревых структур. Ожидается, что результаты настоящего исследования позволят получить более глубокое понимание процессов взаимодействия потока с границами полости и предсказать условия возникновения вторичных вихрей и турбулентности.

Данное исследование будет также сравниваться с предыдущими экспериментальными и теоретическими работами, такими как исследования Taneda (1979), для валидации полученных данных и их дальнейшего использования в моделировании гидродинамических процессов.

Исследование поведения течения жидкости при обтекании прямоугольной полости с различными соотношениями ширины к высоте ( $b/h$ ). Цель исследования – определить, как изменение геометрических параметров полости влияет на формирование вихревых структур и характер линий тока внутри полости. Модель должна определить распределение скорости и давления в системе без учета температурных эффектов, сосредоточив внимание на гидродинамических параметрах. Также необходимо рассмотреть влияние числа Рейнольдса на поведение течения и устойчивость образующихся вихревых структур.

Задача включает:

1. Проведение экспериментов для различных значений отношения  $b/h$ .
2. Визуализацию течения и анализ характерных вихревых структур.
3. Сравнение экспериментальных данных с теоретическими моделями и предыдущими исследованиями (например, Taneda, 1979).
4. Определение критических условий, при которых возникают вторичные вихри и неустойчивость потока.

На входе канала задано условие постоянной скорости. Стенки канала заданы как условие "непротекания" с условием "нет скольжения" для жидкости.

Расчет стационарного потока осуществлялся с помощью решателя для стационарных задач. Процесс сходимости контролировался через мониторинг остаточных значений скорости и давления.

Для компонент вектора скорости на верхней и нижней границах канала, а также на границах каверны будем задавать условия прилипания:

$$u_i = 0$$

На входе в канал задана фиксированная скорость:

$$v = v_0$$

На выходе из канала задано условие протекания:

$$p_i = 0$$

Для решения поставленной задачи по исследованию течения жидкости при обтекании прямоугольной полости с различными соотношениями ширины к высоте ( $b/h$ ) был применен подход, включающий экспериментальные исследования (Ван-Дайк), численное моделирование и аналитический анализ.

В экспериментальной части исследования Ван-Дайком была создана модель прямоугольной полости с возможностью изменять её геометрические параметры, такие как ширина ( $b$ ) и высота ( $h$ ). Каверна была наполнена жидкостью, в которую добавили алюминиевый порошок для визуализации течения. Отслеживались линии тока и наблюдались вихревые структуры.

Для каждого значения соотношения  $b/h$  (например, 3, 2, 1, 0.5) проводились эксперименты при различных значениях числа Рейнольдса, определяемого скоростью течения, плотностью и вязкостью рабочей жидкости. Это позволило выявить критические условия возникновения вторичных вихрей и перехода к турбулентному течению.

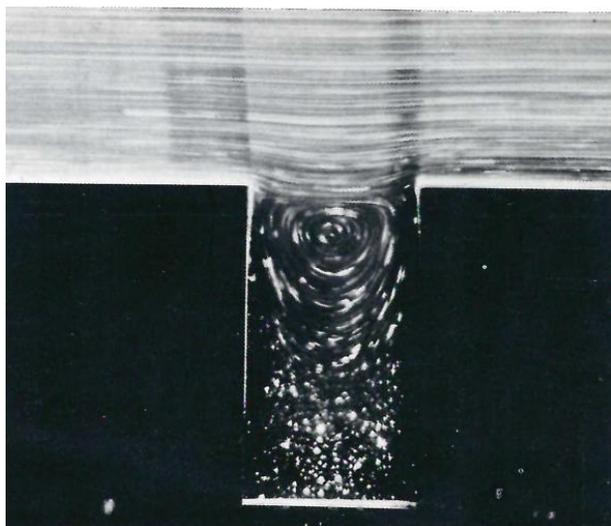
Для моделирования использовалась жидкость, которая по свойствам соответствует стандартным значениям для воды при комнатной температуре.

На входе канала было задано условие постоянной скорости потока жидкости. В данной модели входная скорость была установлена на уровне  $0.000001$  м/с, что соответствует условиям ламинарного течения.

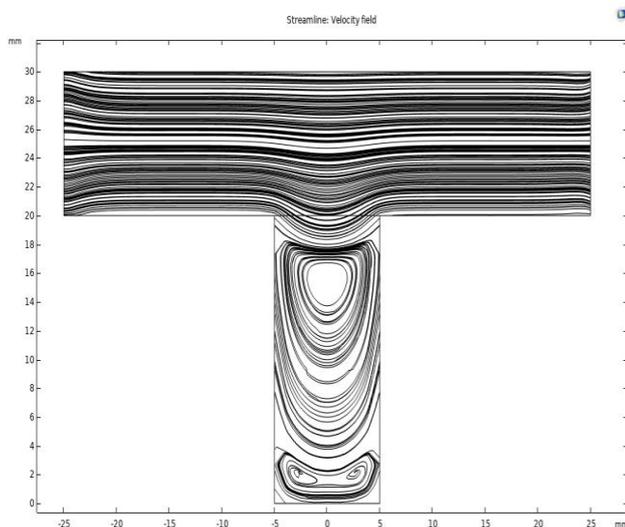
На выходе канала устанавливалось условие атмосферного давления для симуляции свободного выхода жидкости.

Стенки канала моделировались с условием "непротекания" (условие "нет скольжения"), что означало, что компоненты скорости на стенках равны нулю.

Расчет проводился для стационарного режима, что предполагало нахождение установившегося состояния потока. Использовался решатель для стационарных задач, который позволяет находить решение уравнений движения жидкости и уравнений сохранения массы.

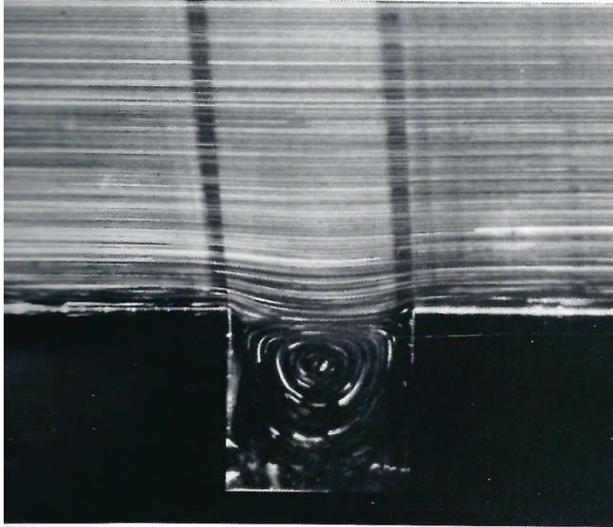


а) Экспериментальный результат по Ван-Дайку

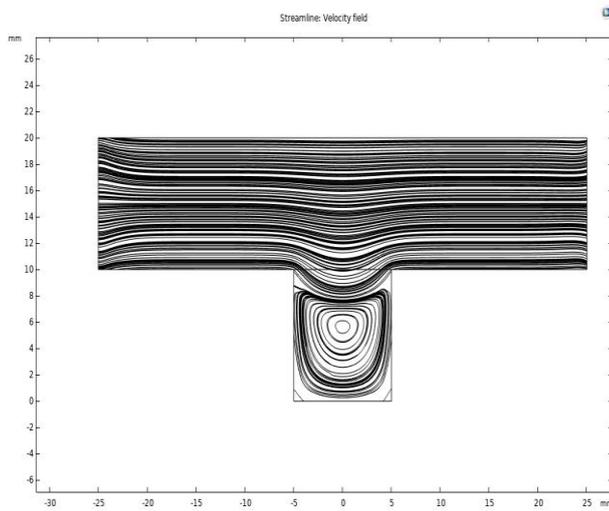


б) численный результат

Рис. 1. Сравнение результатов экспериментального (Ван-дайка)(а) и численного результата(б) с различными соотношениями ширины к высоте  $b/h = 0.5$

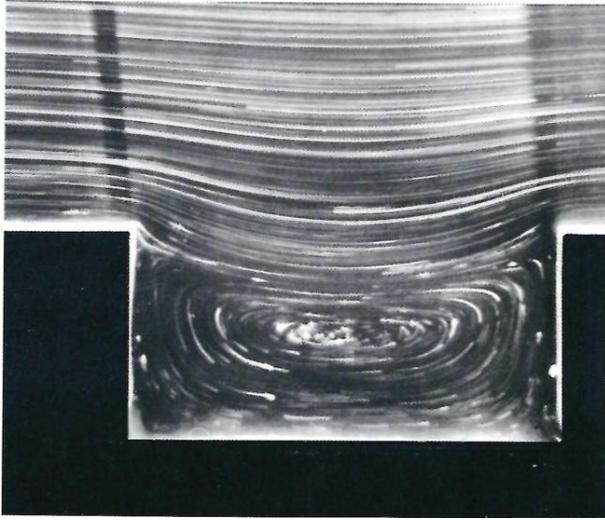


а) Экспериментальный результат по Ван-Дайку

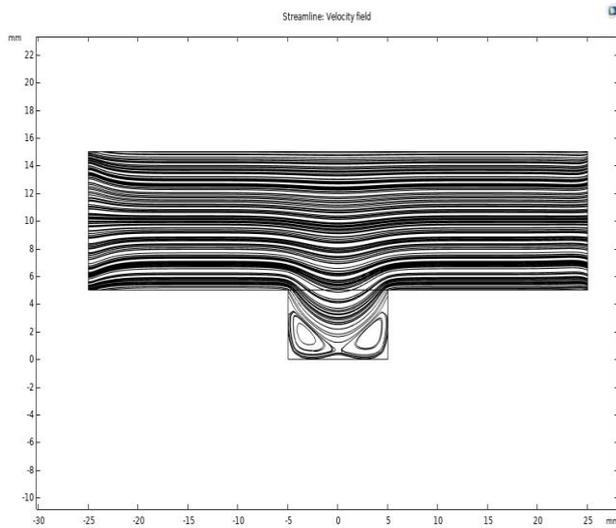


б) численный результат

Рис.2. Сравнение результатов экспериментального (Ван-дайка)(а) и численного результата(б) с различными соотношениями ширины к высоте  $b/h = 1$

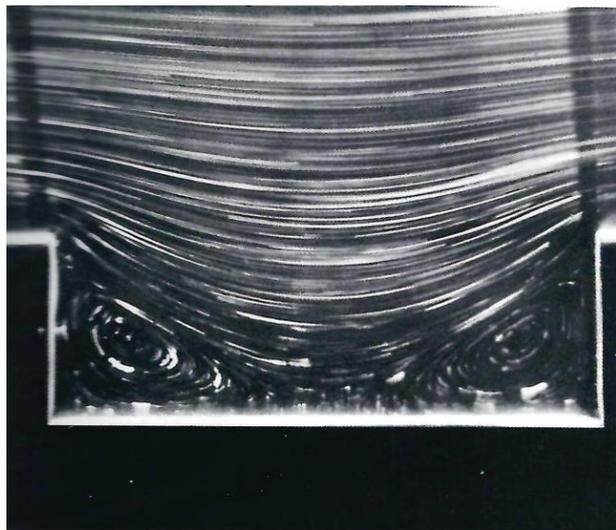


а) Экспериментальный результат по Ван-Дайку

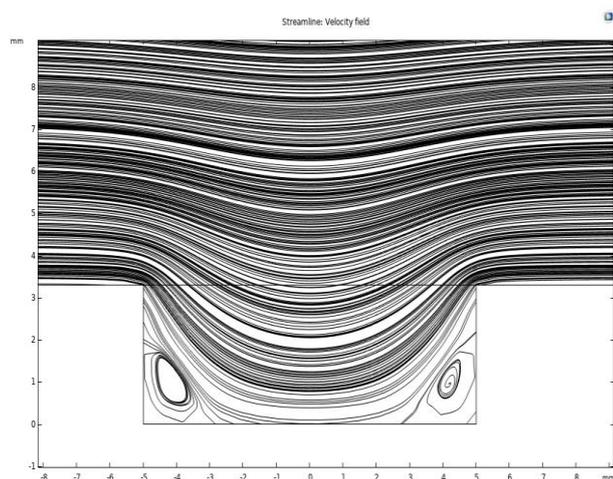


б) численный результат

Рис.3. Сравнение результатов экспериментального (Ван-дайка)(а) и численного результата(б) с различными соотношениями ширины к высоте  $b/h = 2$



а) Экспериментальный результат по Ван-Дайку



б) численный результат

Рис.4. Сравнение результатов экспериментального (Ван-дайка)(а) и численного результата (б) с различными соотношениями ширины к высоте  $b/h = 3$

Результаты исследования течения жидкости при обтекании прямоугольной полости с различными соотношениями ширины к высоте ( $b/h$ ) показывают сложное поведение потока, зависящее от геометрии полости и числа Рейнольдса.

При уменьшении соотношения  $b/h$  наблюдается изменение характера потока с увеличением интенсивности и числа вихрей. В случаях, когда  $b/h = 3$  и  $2$ , течения преимущественно ламинарные, с устойчивыми линиями тока и лишь небольшими локализованными вихревыми структурами в углах полости. При  $b/h = 1$  появляются более выраженные вихри, которые становятся основными элементами течения. Наиболее турбулентный режим наблюдается при  $b/h = 0.5$ , где вихревые структуры занимают значительную часть полости, демонстрируя наличие вторичных вихрей и признаки турбулентного течения.

С увеличением числа Рейнольдса возрастает склонность к возникновению нестабильных вихревых структур и переходу к турбулентному течению. Это особенно заметно при малых значениях  $b/h$ , где даже небольшие изменения числа Рейнольдса могут привести к значительным изменениям в структуре потока. Критические значения числа Рейнольдса, при которых возникают вторичные вихри, зависят от геометрии полости и могут служить индикатором перехода к неустойчивому режиму.

Полученные экспериментальные результаты, визуализированные с использованием алюминиевого порошка, хорошо коррелируют с результатами численного моделирования. Численное моделирование позволило подтвердить наблюдаемые в экспериментах вихревые структуры и определить распределение скоростей и давлений в системе. Совпадение данных указывает на корректность выбранных моделей и подходов к исследованию, что подтверждает валидность результатов.

Сравнение полученных данных с результатами, приведенными в работе Taneda (1979), показывает аналогичное поведение течения при сходных условиях. Это подтверждает универсальность выявленных закономерностей и их применимость для широкого диапазона геометрий и условий течения.

### Моделирование течения однородной жидкости в канале с каверной при наличии зависимости вязкости от температуры.

В данной работе рассматривается течение однородной жидкости в канале с каверной при наличии зависимости вязкости от температуры. Будем считать, что жидкость имеет начальную температуру и втекает в каверну с подогреваемой нижней границей.

Процесс течения термовязкой жидкости описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0,$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu(T) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2},$$

где  $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$  – вектор скорости;  $p$  – давление;  $T$  – температура;  $\rho$  – плотность;  $\mu(T)$  – кинематическая вязкость;  $\alpha$  – коэффициент температуропроводности;  $i, j=1,2,3$ .

Пусть функция вязкости определена на фиксированном интервале температур  $[T_1; T_2]$  и имеет следующий вид для линейной зависимости:

$$\mu(T) = \mu_1 + \lambda(T - T_0).$$

$$\lambda = \left( \frac{\mu_2 - \mu_1}{\Delta T} \right)$$

$$\mu(T_1) = \mu_1 + \Delta\mu \frac{(T - T_1)}{(T_2 - T_1)}$$

$$\mu(T_2) = \mu_2 - \Delta\mu \frac{(T - T_1)}{(T_2 - T_1)}$$

где  $\mu_1$  – вязкость жидкости при температуре  $T_0$ ;  $\lambda$  – параметр зависимости вязкости  $\mu_2$ ;  $[\mu_1; \mu_2]$  область значения функции.

Для сравнения рассмотрим также экспоненциальную функцию вязкости:

$$\mu(T) = \mu_1 \exp \left[ -\frac{\lambda(T - T_0)}{\mu_2} \right]$$

$$\mu(T_1) = \mu_1 e^{\lambda(T - T_2)}$$

$$\lambda^{exp} = \frac{\ln \left( \frac{\mu_2}{\mu_1} \right)}{\Delta T}$$

$$\mu(T_2) = \mu_2 e^{-\lambda(T - T_1)}$$

$$\lambda^{exp} = -\frac{\ln \left( \frac{\mu_1}{\mu_2} \right)}{\Delta T}$$

Будем считать, что в начальный момент жидкость в канале была в равновесии и имела температуру  $T_1$ ,  $T_1 < T_2$ .

Для компонент вектора скорости на верхней и нижней границах канала, а также на границах каверны будем задавать условия прилипания:

$$u_i = 0$$

На входе в канал задана фиксированная скорость:

$$v = v_0$$

На выходе из канала задано условие протекания:

$$p_i = 0$$

Для температуры на верхней границе канала задано условие теплоизоляции. На нижней границе канала и на границах каверны задана фиксированная температура  $T_2$ .

### 3.2.2. Численное решение

Задача решалась в пакете COMSOL Multiphysics.

Рассмотрим, как влияют области значения интервала функции вязкости  $\mu_1$  и  $\mu_2$  на термогидродинамические особенности течения. Функция определена на интервале температур  $[T_1; T_2]$  и вязкость меняется от  $\mu_1$  до  $\mu_2$ , то есть  $\mu_1 = 10^{-3}$ ,  $\mu_2 = 10^{-2}, 10^{-1}, 1$ .

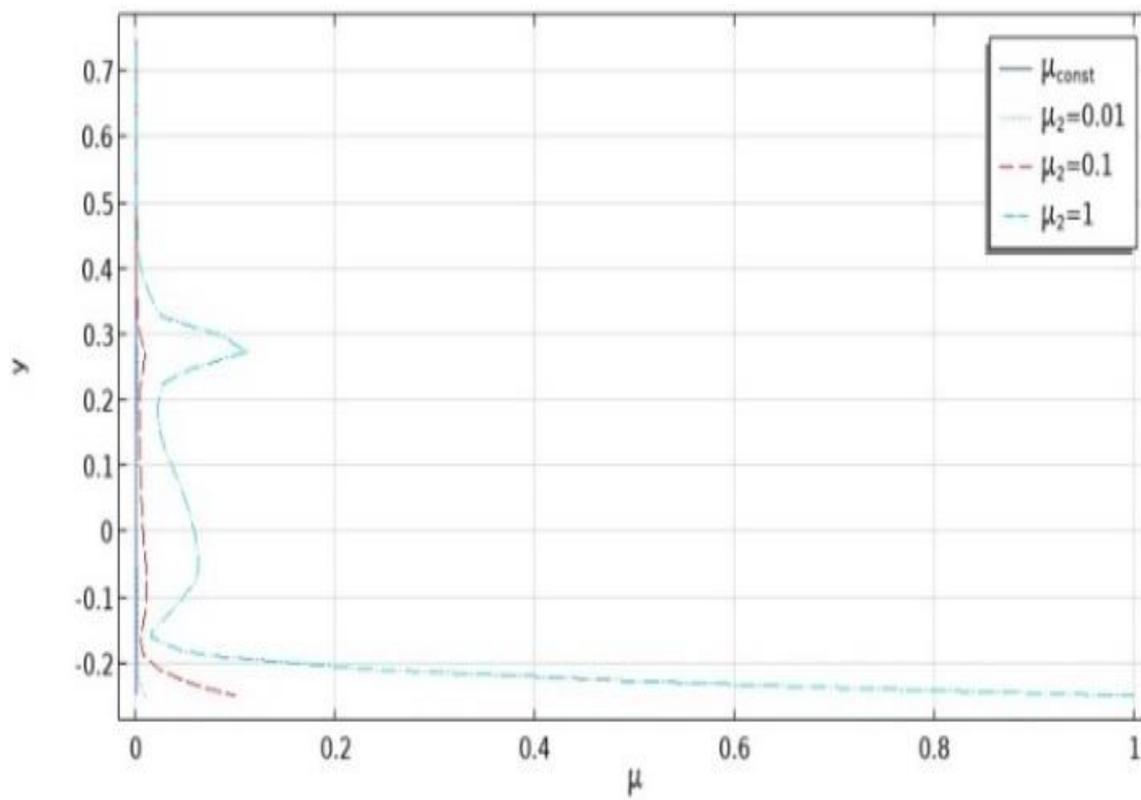
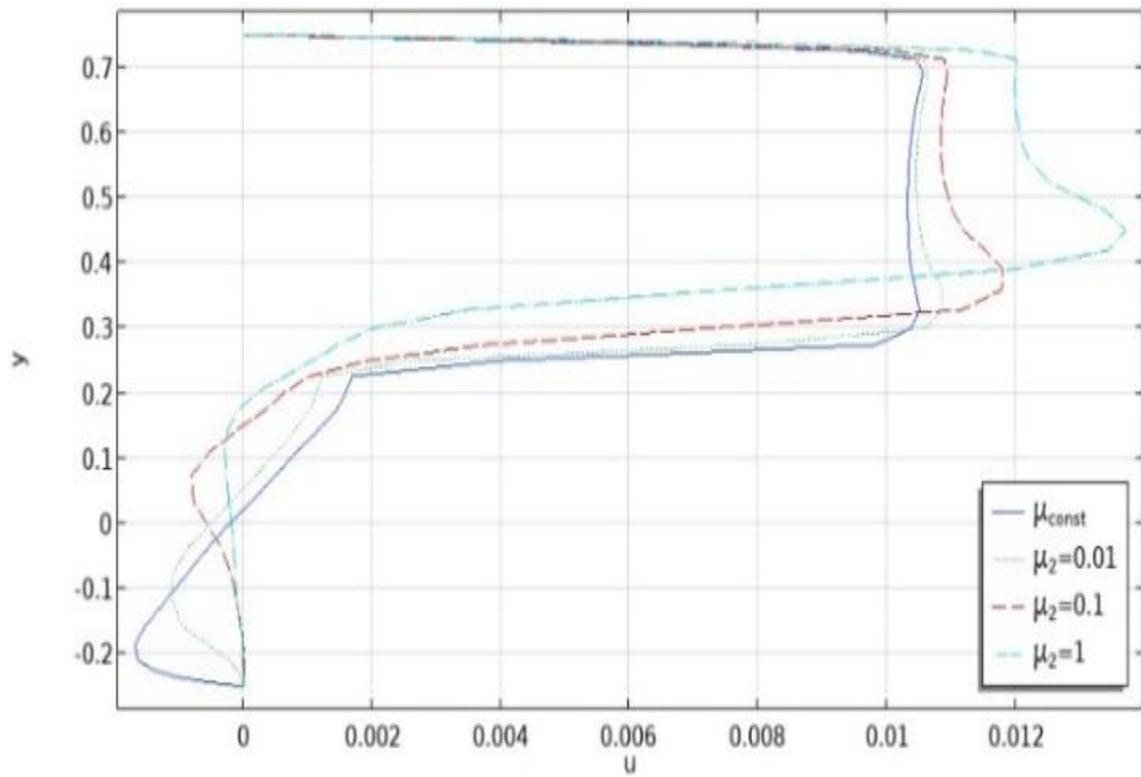


Рис.1. Линейно возрастающая функция вязкости

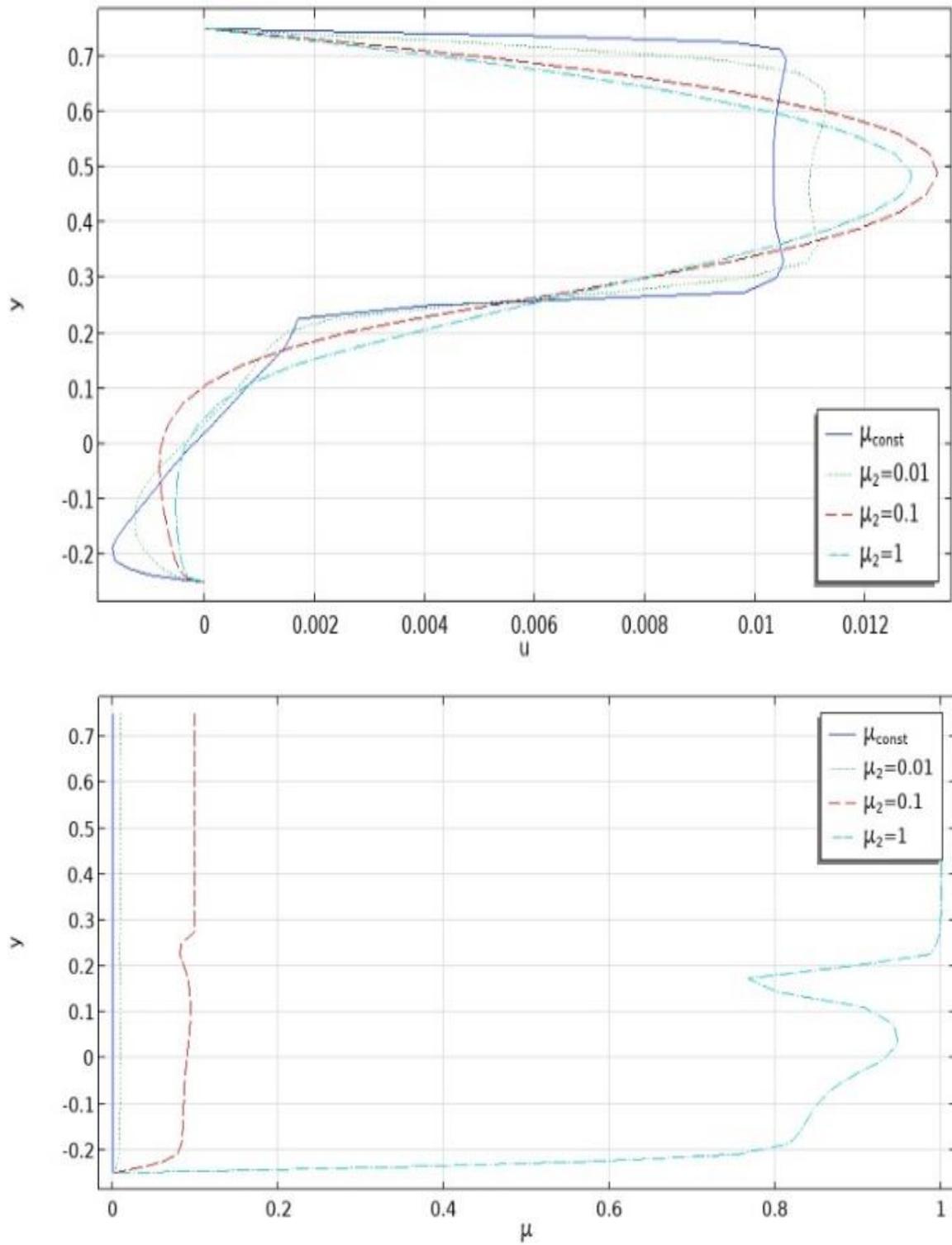


Рис.2. Линейно убывающая функция вязкости

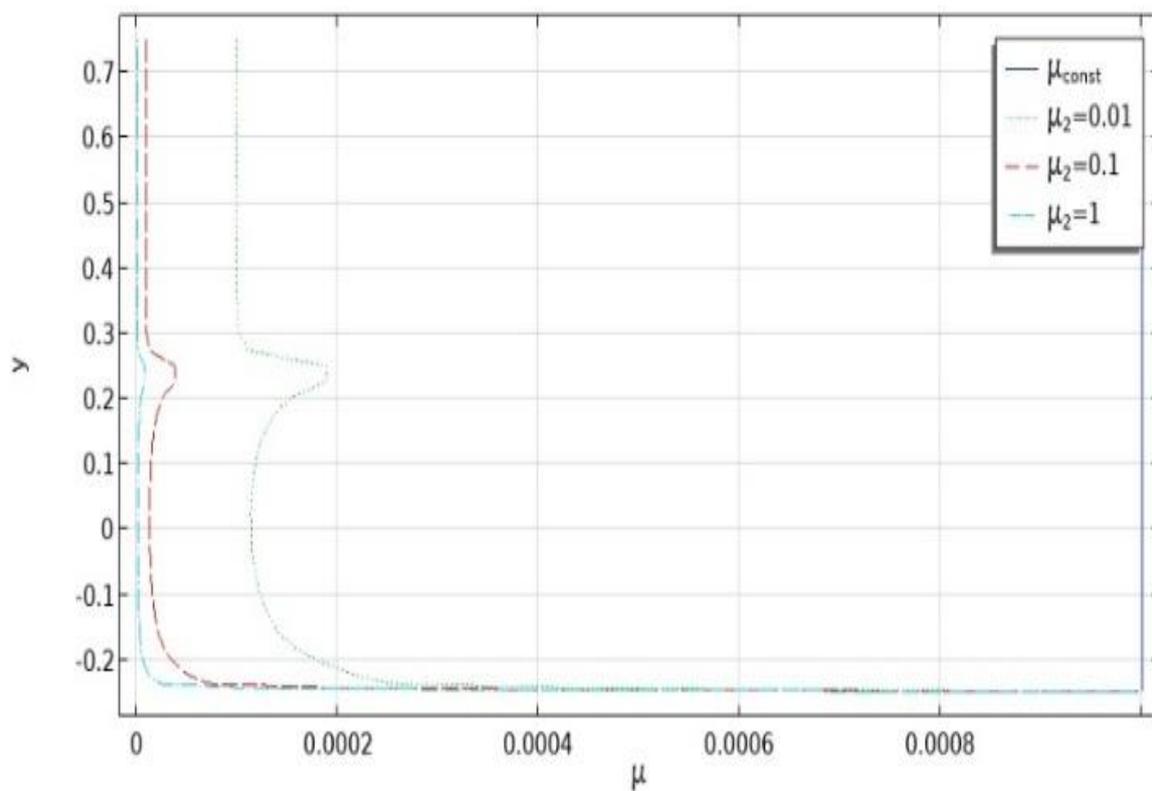
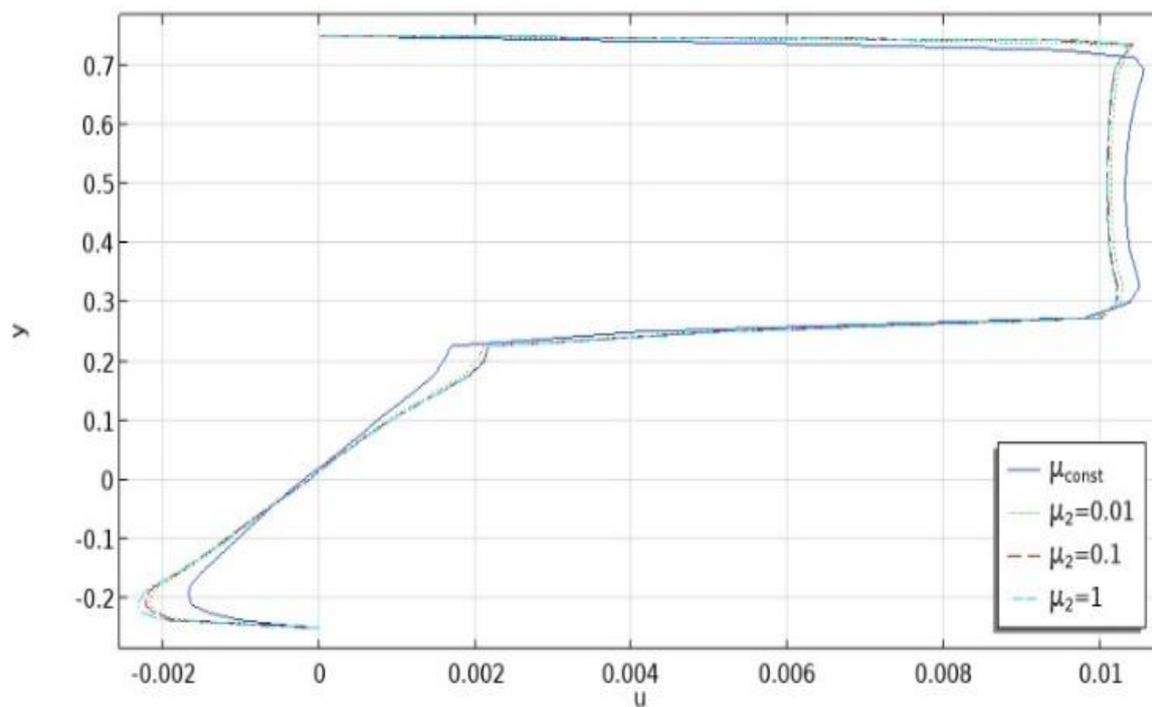


Рис.3. Экспоненциально возрастающая функция вязкости

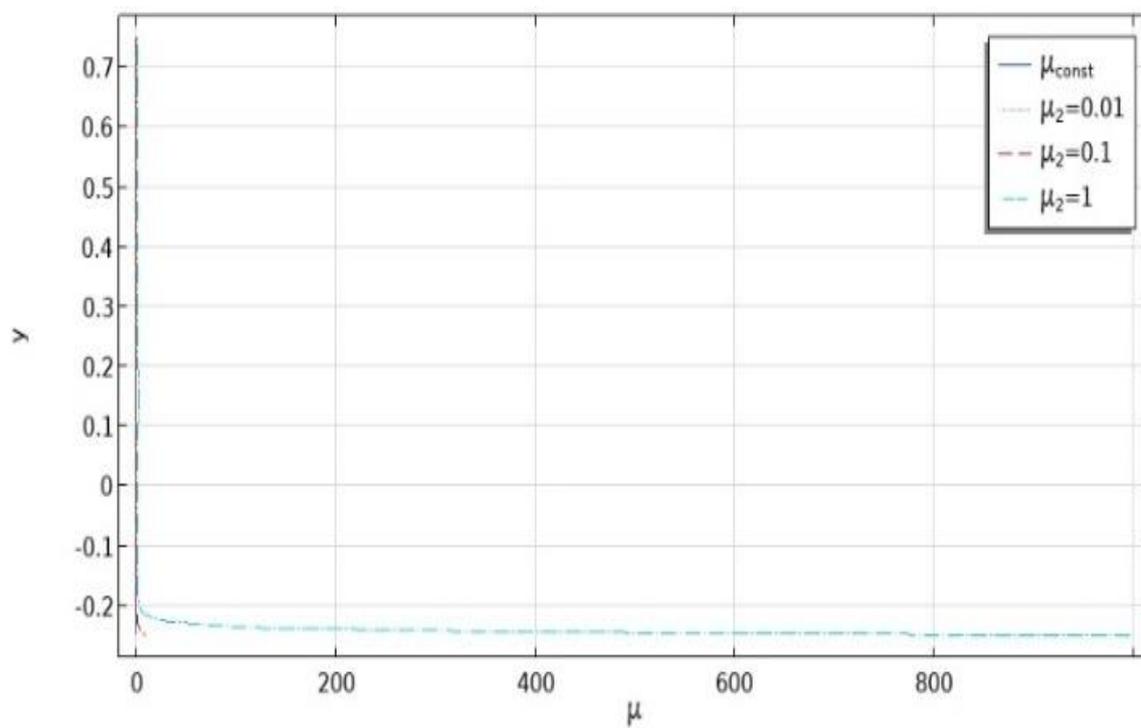
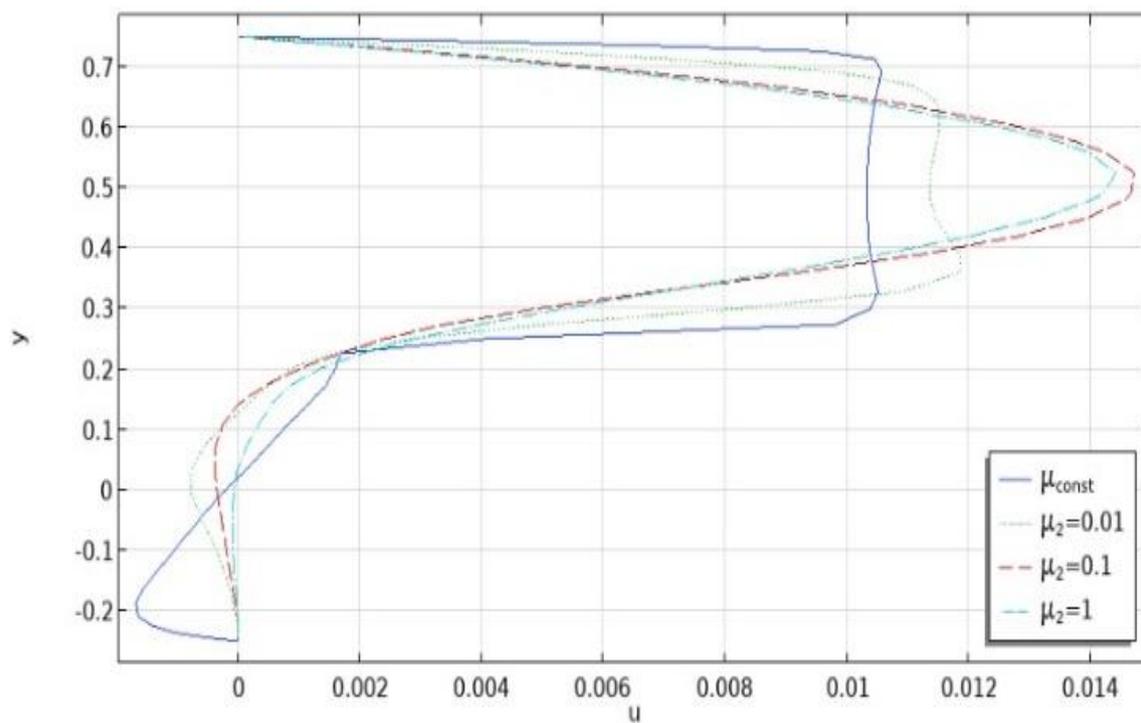


Рис.4. Экспоненциально убывающая функция вязкости

В процессе течения жидкости в каверне образуется циркуляционное движение из-за неустойчивости потока при взаимодействии между потоком и границами каверны. Вихрь формируется из-за наличия преграды в каверне. Эта геометрическая особенность приводит к изменению направления и скорости потока жидкости, что создает условия для образования вихря.

А при условии подогрева нижних границ каверны и условия изменения вязкости происходит влияние зависимости вязкости на течение в каверне.

В центре каверны формируется центр вихря, где температура начинает возрастать из-за поступления подогретой жидкости со стенок. Однако, по мере отдаления от нагреваемых стенок, температура падает и выравнивается с температурой окружающего потока. Верхняя часть каверны обычно имеет более низкую температуру из-за подъема охлажденных частиц вверх. Этот процесс приводит к общему снижению температуры в верхней части каверны.

1) Для постоянной вязкости скорость сначала падает, потом начинает возрастать. Для других вязкостей интенсивность с ростом параметра неоднородности интенсивность течения вторичных вихрей, так и основного течения уменьшается.

2) Для постоянной вязкости профиль скорости имеет Непуазейлиевый вид с двумя максимумами близкими к границам. При других зависимости вязкости профиль основного течения имеет Пуазейлиевый вид.

3) Качественное на течение не влияет, а влияет только количественное на перепады температуры.

4) Для постоянной вязкости профиль скорости имеет Непуазейлиевый вид с двумя максимумами близкими к границам. При других зависимости вязкости профиль основного течения имеет Пуазейлиевый вид.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наличие зависимости вязкости от температуры существенно влияет на течение жидкости в канале с каверной.

Сравнение результатов моделирования для линейной и экспоненциальной зависимостей вязкости показало, что течение жидкости с экспоненциальной зависимостью вязкости более интенсивное, чем при линейной зависимости. Это объясняется тем, что в экспоненциальной зависимости вязкость быстро уменьшается с увеличением температуры, что уменьшает скорость течения.

Увеличение температуры на нижней границе канала приводит к охлаждению жидкости и, следовательно, уменьшению ее температуры. Это приводит к увеличению вязкости и усилению сопротивления течению.

Исследование течения жидкости в прямоугольной полости при различных соотношениях ширины к высоте ( $b/h$ ) и числах Рейнольдса позволило выявить ключевые особенности формирования и развития вихревых структур, а также перехода потока к турбулентному состоянию.

Изменение соотношения ширины к высоте полости ( $b/h$ ) существенно влияет на характер течения. При увеличении ширины полости (увеличении  $b/h$ ) наблюдаются преимущественно ламинарные потоки с устойчивыми линиями тока. При уменьшении  $b/h$  возрастает интенсивность вихревых структур, появляются вторичные вихри, что приводит к более сложным и неустойчивым режимам течения.

Число Рейнольдса является критическим параметром, определяющим переход от ламинарного к турбулентному течению. При низких значениях числа Рейнольдса поток остается ламинарным, но с его увеличением наблюдается рост неустойчивостей и возникновение турбулентных вихрей, особенно при малых значениях  $b/h$ .