

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение  
Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук  
(УФИЦ РАН)

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленное структурное  
подразделение Федерального государственного бюджетного научного  
учреждения Уфимского федерального исследовательского центра  
Российской академии наук  
(ИМех УФИЦ РАН)

*На правах рукописи*

**Фокеева Нина Олеговна**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДАВЛЕНИЯ И ДЕБИТА  
СКВАЖИНЫ С ТРЕЩИНОЙ ГРП**

01.06.01 Математика и механика

1.1.9. Механика жидкости, газа и плазмы

**НАУЧНЫЙ ДОКЛАД**

Уфа – 2023

Работа выполнена в Институте механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленном структурном подразделении Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук

**Научный руководитель:**

**Урманчиев Саид Федорович**

доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории «Механика многофазных систем» Института механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук (ИМех УФИЦ РАН)

**Рецензенты:**

**Болотнова Раиса Хакимовна**

доктор физико-математических наук, с.н.с., главный научный сотрудник лаборатории «Механика многофазных систем» Института механики им. Р.Р. Мавлютова – обособленного структурного подразделения Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук

**Башмаков Рустэм Абдрауфович**

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Математического анализа» ФГБОУ ВО «Уфимский университет науки и технологий»

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** В наши дни в связи с разработкой трудноизвлекаемых запасов нефти и газа, метод гидравлического разрыва пласта (ГРП), способствующий интенсификации добычи и повышению продуктивности скважин, активно применяется по всему миру. Теоретические представления о гидроразрыве развиваются, накопленный опыт его реализации позволил усовершенствовать технологию. Так на данный момент проводятся пропантный и кислотный; одностадийный и многостадийный ГРП; полученные высокопроводящие трещины, позволяют существенно увеличить дебит скважины.

Заметим, что ключевой параметр, существенно влияющий на эффективность операции гидроразрыва и на результаты моделирования, но при этом параметр с высокой степенью неопределенности – проводимость трещины. Низкая достоверность расчета проводимости при описании фильтрации флюида по классическим моделям в скважине с трещиной ГРП приводит к снижению эффективности классических моделей и, следовательно, неточности прогнозных показателей работы скважины после проведения данной процедуры, что требует разработки новых подходов и уточнения ранее используемых методов.

В рамках данной работы выявлена взаимосвязь между динамикой давления на забое скважины, в трещине и в пласте при изменении расхода жидкости. Было изучено влияние геометрии трещины ГРП, ее параметров и фильтрационно-емкостных свойств (ФЕС) пласта на эволюцию давления в гидроразрывной трещине. Построена математическая модель, которая воспроизводит фильтрацию флюида в скважине с вертикальной трещиной ГРП. Корректность модели, возможность ее практического применения подтверждаются результатами сопоставления найденных аналитических решений системы дифференциальных уравнений и фактических промысловых данных.

Отличительная особенность используемого подхода заключается в применении метода кусочно-постоянных изменений. Зная ФЕС пласта, полученное аналитическое решение дает возможность определить дебит скважины на основе данных о давлении в ней или по давлению восстановить расход жидкости скважины. В свою очередь динамика изменения дебита и забойного давления позволяет описать давление в трещине ГРП и рассчитать ее проводимость.

**Современное состояние.** Известно, что сейчас в России число выполненных операций ГРП в год выражается тысячами. Отечественные компании планируют создать собственный флот ГРП за три года.

Огромное количество работ посвящено теме ГРП и различным его аспектам: химическому, техническому, математическому, экологическому и т.д. Но есть аспекты, которые еще недостаточно изучены. Одной из таких задач является описание кусочно-постоянного изменения дебита/давления в скважине с трещиной ГРП.

С точки зрения теории рассматривают математические, геомеханические модели развития и распространения трещин, а также описания течения флюида в них. Такие модели предназначены для прогнозирования поведения реальной системы, но следует отметить, что они представляют приближенное описание физики процесса и имеют некоторые допущения.

Для добывающих компаний значительный интерес представляет практическая сторона вопроса: технология ГРП как способа повышения коэффициента продуктивности скважин и изменения скин-эффекта. Появление новых реагентов, технологий ГРП, например, многостадийного гидроразрыва пласта (МГРП), требует создания специальных расчетных моделей фильтрации и трещинообразования. Постепенно количество горизонтальных скважин с МГРП, начинает превышать численность вертикальных и наклонно-направленных скважин с ГРП, разрабатывается новое программное обеспечение для построения дизайна и анализа эффективности ГРП.

Несмотря на то, что технология ГРП всесторонне изучается и постоянно развивается, еще существуют вопросы и отдельные аспекты, требующие уточнения. Любой метод и подход имеет свои условия применимости и некоторую погрешность, а исходные данные несут в себе неопределенность той или иной степени. На сегодняшний день однозначно предсказать поведение флюида под километровыми слоями породы предельно сложно, можно лишь постараться максимально приблизиться к реальному практическому результату.

**Целью работы** является на основе теоретической модели решение задачи фильтрации флюида в трещине ГРП с учетом утечки жидкости из трещины в пласт при переменных режимах работы скважины, что сводится к описанию следующих процессов:

- эволюции давления в трещине ГРП при известном переменном законе изменения давления в скважине;
- динамики давления на забое и в вертикальной трещине ГРП при известном дебите скважины;
- решения обратной задачи по определению характеристик трещины на основе данных о забойном давлении и расходе жидкости скважины.

### **Для достижения цели выполнены задачи:**

- проведен анализ научно-исследовательских работ по моделированию динамики давления в трещине, опубликованных ранее;
- построена теоретическая модель и изучена связь между характеристиками пласта, вертикальной трещиной ГРП и изменением давления на забое скважины и в трещине;
- выведены решения уравнения, описывающего распределение давления в вертикальной трещине ГРП и расхода скважины при ступенчатом и при непрерывном изменении забойного давления, а также решения для забойного давления и в трещине при известном значении расхода жидкости;
- определено давление в вертикальной трещине ГРП в разные моменты времени работы скважины;
- получены формулы для расчета проводимости трещины по динамике давления в скважине с вертикальной трещиной ГРП при П-образном или ступенчатом изменении дебита жидкости;
- решения сопоставлены с фактическими промысловыми данными, результаты проанализированы и сделаны заключения о применимости соответствующих подходов.

**Научная новизна работы.** На основе построенной модели с помощью метода кусочно-постоянных изменений выведены аналитические решения системы дифференциальных уравнений, позволяющие повысить точность описания фильтрации флюида в скважине с трещиной ГРП при переходных режимах ее работы. Таким образом, представлена возможность анализировать динамику расхода жидкости скважины и закономерности развития давления в трещинах ГРП. Данная методика позволяет оценивать продуктивность скважины после гидроразрыва пласта и сделать выводы о проведенной операции.

**Достоверность и обоснованность** результатов работы базируется на корректной постановке задачи; применении при ее решении фундаментальных законов, постулатов механики сплошных сред и теории фильтрации; определении аналитического решения поставленной задачи; а также достаточным совпадением с фактическими данными и результатами других исследователей в данной области.

**Теоретическая и практическая значимость.** Выведены аналитические решения задачи, устанавливающие корреляцию между изменяющимся расходом, а также давлением в скважине и трещине гидроразрыва с учетом утечки жидкости в пласт. Результаты работы можно использовать для

уточнения интерпретации гидродинамических исследований скважин (ГДИС) и определения проводимости трещины ГРП.

**Апробация работы.** Результаты работы за последние два года обсуждались на следующих научно-практических конференциях: Международная конференция «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения»; Ежегодная межвузовская научно-техническая конференция студентов, аспирантов и молодых специалистов имени Е.В. Арменского; VIII Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Современные проблемы физико-математических наук» (СПФМН-2022); Международная научно-практическая конференция имени Д.И. Менделеева; XVI Всероссийская молодежная научная конференция Мавлютовские чтения; XXIII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям (УМ-2022); Международная конференция «Марчуковские научные чтения 2022» (МНЧ-2022); Всероссийская научно-практическая конференция, посвященная памяти профессора Усманова С.М. «Обратные задачи и математические модели»; Всероссийская конференция молодых ученых-механиков (YSM-2022); Конкурс научных докладов молодых ученых ИМех УФИЦ РАН.

Представленные в диссертации исследования выполнялись при частичной поддержке гранта Российского научного фонда № 21-11-00207, <https://rscf.ru/project/21-11-00207/>.

**Публикации.** Результаты исследования представлены в 17 публикациях. Одна статья в изданиях, индексируемых в Scopus и Web of Science. В журналах перечня RSCI представлено две статьи. В РИНЦ вошли двенадцать работ в сборниках конференций, а также две статьи в научных журналах. Получено свидетельство о регистрации программы.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

- Аналитические решения, показывающие реакцию давления в скважине и трещине при изменении дебита скважины. Сопоставление вычисленных значений с фактическими промысловыми данными.
- Результаты исследований взаимовлияния параметров работы скважины (давления и дебита) при различных режимах, позволили вывести выражение для определения одной из ключевых характеристик трещины ГРП – проводимости, что позволяет, не зная проницаемости и ширины трещины, вычислить ее проводимость, т.е. решить обратную задачу по определению параметров трещины гидроразрыва.

**Личный вклад автора.** Научным руководителем была поставлена задача. Все представленные в работе научные результаты получены при участии автора на всех этапах: разработаны алгоритмы решения, программирование и

численная реализация задачи, обработка и оформление результатов, подготовка докладов и статей. Результаты совместных работ представлены с согласия всех авторов.

**Благодарность.** Автор выражает благодарность доктору физико-математических наук, профессору, члену-корреспонденту Академии наук РБ Шагапову В.Ш. за постановку задачи и советы; научному руководителю кандидату физико-математических наук Башмакову Р.А. за мотивацию, участие и постоянное внимание к работе; сотрудникам ООО «РН-БашНИПНефть» Малову А.Г. и Лысенкову Д.Е. за содействие и помощь в организации рабочих поездок.

**Структура работы.** Научно – квалификационная работа состоит из введения, 5 глав, заключения, списка литературы из 101 наименований. Общий объем диссертации составляет 81 страница, включая – 45 рисунков, 3 таблицы.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Введение содержит:** актуальность, цель, задачи, отмечены ключевые моменты работы, научная новизна, достоверность, положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** представлен обзор некоторых работ по гидроразрыву пласта и фильтрации флюида в скважине с трещиной ГРП.

**Во второй главе** приводится постановка задачи и теоретическое исследование фильтрации в скважине с ГРП; получены аналитические решения поставленной задачи.

Пусть есть вертикальная симметричная относительно скважины трещина, удерживаемая пропантом. Жидкость попадает из скважины в трещину, а после в окружающую пористую среду, но только через боковые поверхности. Предполагается, что пласт имеет неизменную толщину и проницаемость, билинейное течение (рис. 1, рис. 2), трещина недеформируема,  $h_f \gg d_f$ ,  $k_f \gg k_p$ . Рассматриваем одно крыло трещины, в связи с симметричностью. Индекс  $i = f$  - трещина, а  $i = p$  - пласт.

$$\begin{cases} \frac{\partial P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 P_f}{\partial x^2} + 2 \frac{m_p \alpha_p}{m_f d_f} \frac{\partial P_p}{\partial y} \Big|_{y=0}, & 0 < x < l_f, \\ \frac{\partial P_p}{\partial t} = \alpha_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2}, & 0 < x < l_f, 0 < y < \infty. \end{cases}$$

Первое уравнение системы отлично от классического уравнения пьезопроводности последним слагаемым в правой части, в связи с фильтрацией флюида в пористую среду. Обозначим краевые условия  $P_f = P_p \Big|_{y=0}$ ,  $P_p \Big|_{y=\infty} = P_0$ .

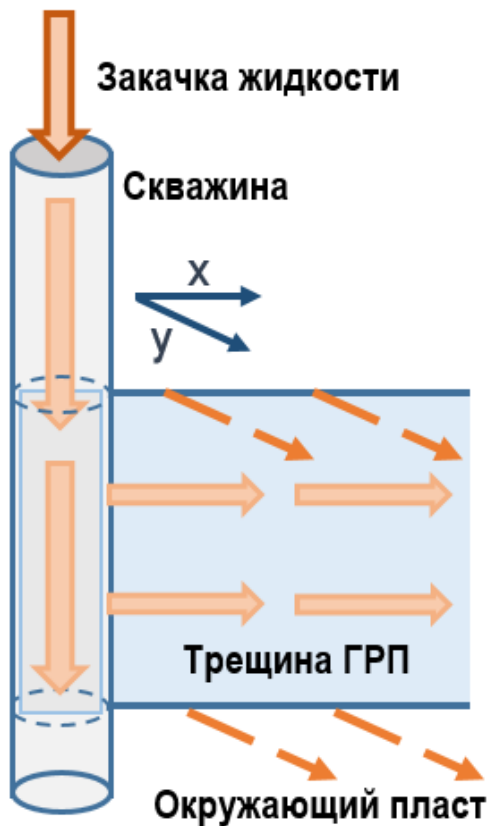


Рис. 1. Схематичное изображение скважины и одного крыла трещины ГРП

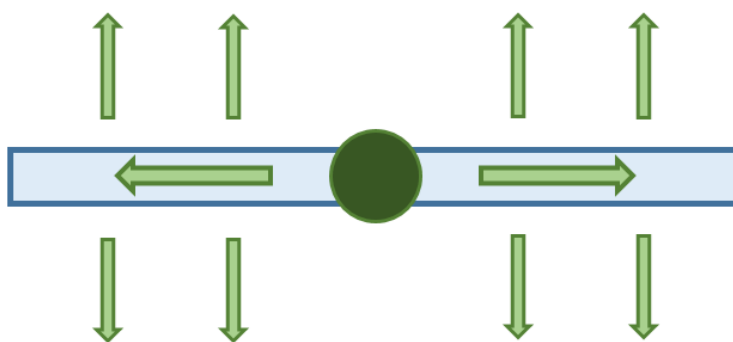


Рис. 2. Схема билинейного потока для нагнетательной скважины

Обращаемся к основному интегро-дифференциальному уравнению, описывающему фильтрацию флюида в трещине ГРП:

$$\frac{\Delta P_f}{\partial t} = \alpha_f \frac{\partial^2 \Delta P_f}{\partial x^2} - \frac{2m_p \alpha_p}{m_f d_f} \int_{-\infty}^t \frac{\partial \Delta P_f(\tau, x)}{\partial \tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\pi \alpha_p (t - \tau)}}.$$



Пусть в момент времени  $t = \tau_0$  происходит скачок давления на величину  $\Delta P_{(w)} = P_{(w)} - P_0$ , вследствие запуска в работу скважины или смены её режима. Значение  $\Delta P_{(w)}$  может быть положительным или отрицательным, что зависит от режима работы скважины: нагнетание или добыча флюида. В данной работе рассматривается процесс нагнетания в пласт, а значит  $\Delta P_{(w)} > 0$ . После этого давление не меняется вплоть до следующего скачка  $\Delta P_{(w)1}$  в момент времени  $\tau_1$ .

На рис. 3-5 приведены результаты расчётов для П-образного и двухступенчатого изменения давления.

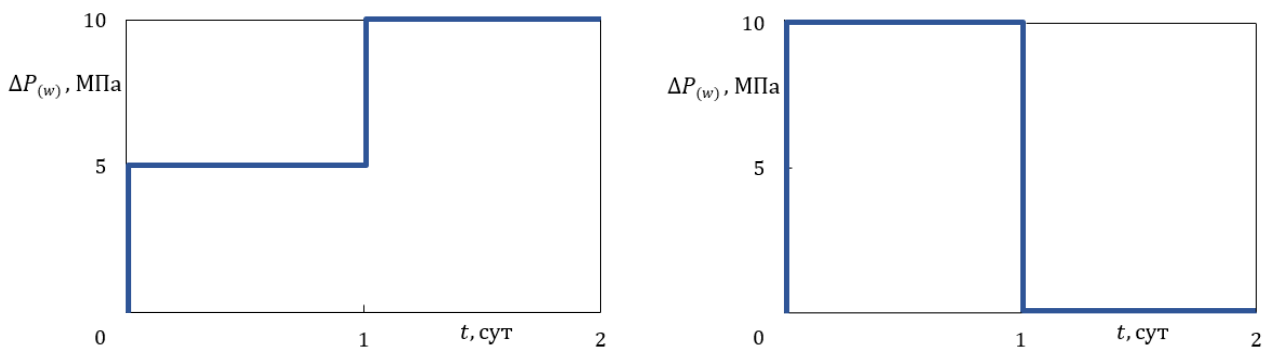


Рис. 3. Двухступенчатое (а) и П-образное (б) изменение давления

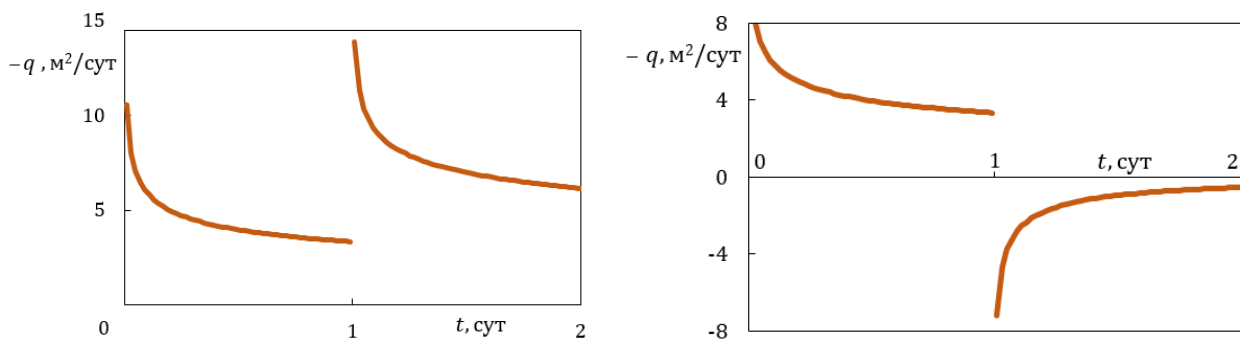


Рис. 4. Расход жидкости при двухступенчатом (а) и П-образном (б) давлении

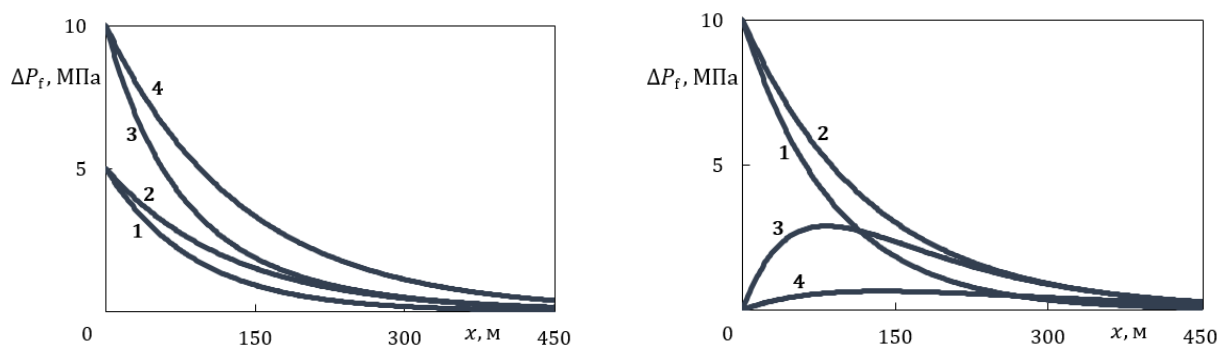


Рис. 5. Давление в трещине при двухступенчатом (а) и П-образном (б) изменении давления спустя: 1) 6 часов; 2) 1 сутки; 3) 1 сутки 30 мин.; 4) 2 суток

На рис. 6 показано изменение объёма жидкости через два крыла трещины высотой  $h_f = 20$  м.

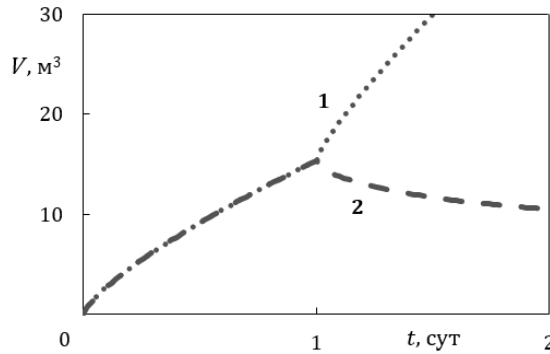


Рис. 6. Объём закачиваемой в пласт жидкости при двухступенчатом (1) и П-образном (2) изменении давления

**Третья глава** включает описание перепадов давления при изменении дебита, сопоставление результатов расчетов с промысловыми данными и анализ проводимости трещины.

Рассмотрим следующую ситуацию, на основе известного изменения дебита необходимо смоделировать динамику давления. С практической точки зрения такая постановка задачи будет довольно интересна и позволит сделать выводы о характеристиках модели «скважина-трещина-пласт».

Уравнение давления в трещине ГРП

$$\Delta P_f = -\frac{\mu}{\sqrt{\frac{\chi_f}{2} d_f k_f}} \left[ \mathbf{H}(t) q_0 t^{\frac{1}{4}} \text{Zil}(z_0) + \sum_{i=1}^n \mathbf{H}(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) \text{Zil}(z_i) (t - \tau_i)^{\frac{1}{4}} \right],$$

где  $\text{Zil}(z_i) = \int_{z_i}^{+\infty} \text{Gil}(\xi) d\xi$ ,  $z_i = \sqrt{\frac{\chi_f}{2}} x(t - \tau_i)^{-\frac{1}{4}}$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ).

Забойное давление  $\Delta P_{(w)} = \Delta P_f(t, 0)$ , при изменении дебита

$$\Delta P_{(w)} = \frac{-0.78\mu}{\sqrt{\frac{\chi_f}{2} d_f k_f}} \left( \mathbf{H}(t - \tau_0) q_0 \cdot (t - \tau_0)^{\frac{1}{4}} + \sum_{i=1}^n \mathbf{H}(t - \tau_i) (q_i - q_{i-1}) \cdot (t - \tau_i)^{\frac{1}{4}} \right).$$

Пусть в первые сутки расход поддерживался равным  $1 \text{ м}^2/\text{сут}$ , затем изменился и не менялся далее, то рассмотрим график (рис. 7). Теперь покажем на рис. 8 и 9 графики забойного давления и в трещине при П-образном изменении расхода скважины.

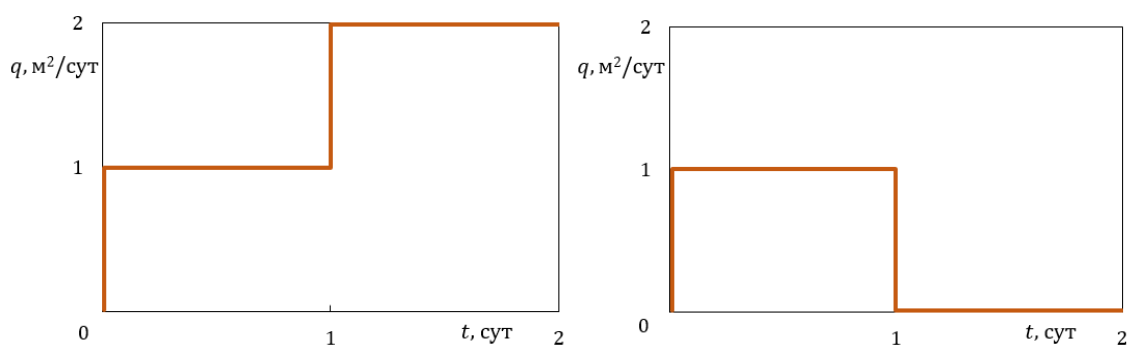


Рис. 7. Двухступенчатое (а) и П-образное (б) изменение расхода жидкости на единицу высоты трещины

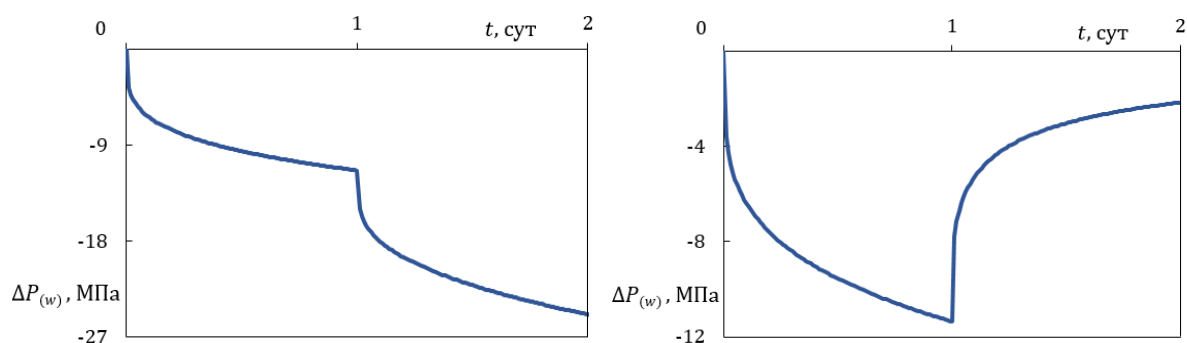


Рис. 8. Забойное давление при двухступенчатом (а) и П-образном (б) изменении расхода

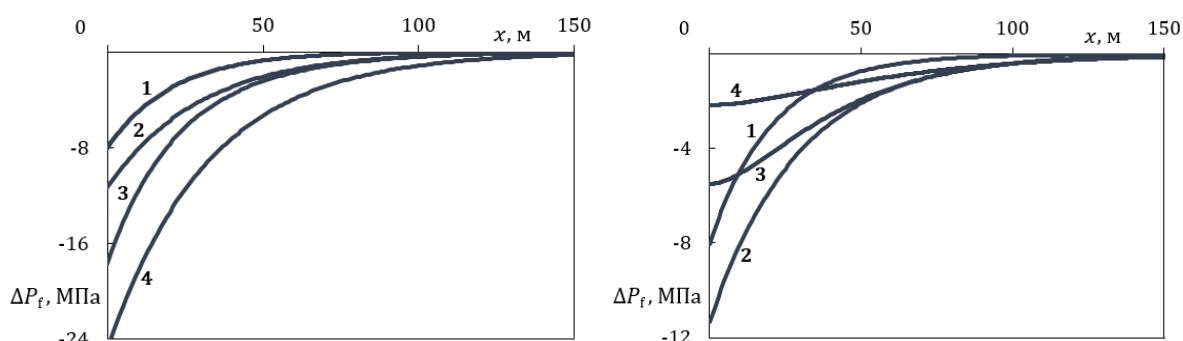


Рис. 9. Давление в трещине при двухступенчатом (а) и П-образном (б) изменении расхода спустя: 1) 6 часов; 2) 1 сутки; 3) 1 сутки 2 часа; 4) 2 суток

С целью проверки выведенных формул и предложенных методов моделирования фильтрации в скважине с трещиной гидроразрыва пласта сделаны расчеты с использованием фактических сведений о трех скважинах.

На основе фактических данных о дебите скважины № 1, 2 и 3 будет определено забойное давление (рис. 10, 11). Заметим, что построенная математическая модель способна воспроизводить фильтрацию флюида в скважине с трещиной гидравлического разрыва пласта при переходных режимах работы. На основе сопоставленных фактических данных и рассчитанных давлений отмечается хорошая согласованность результатов.

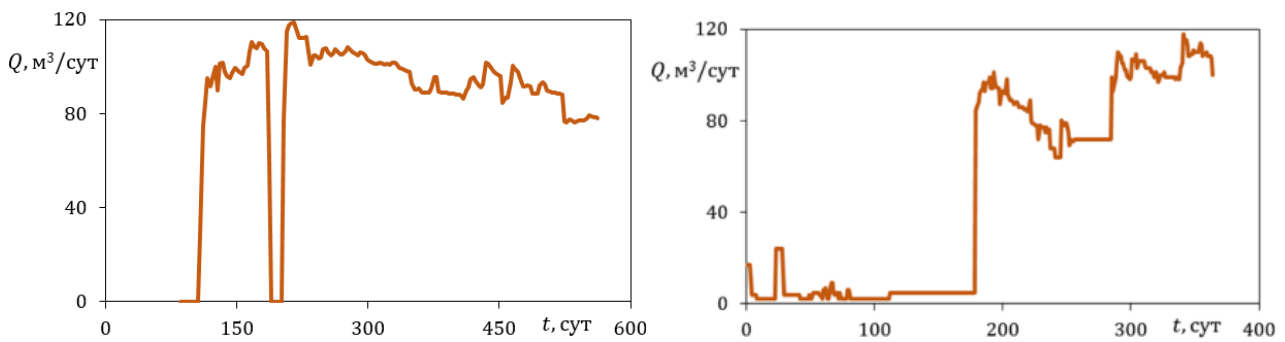


Рис. 10. Фактический дебит скважин №1 и №2

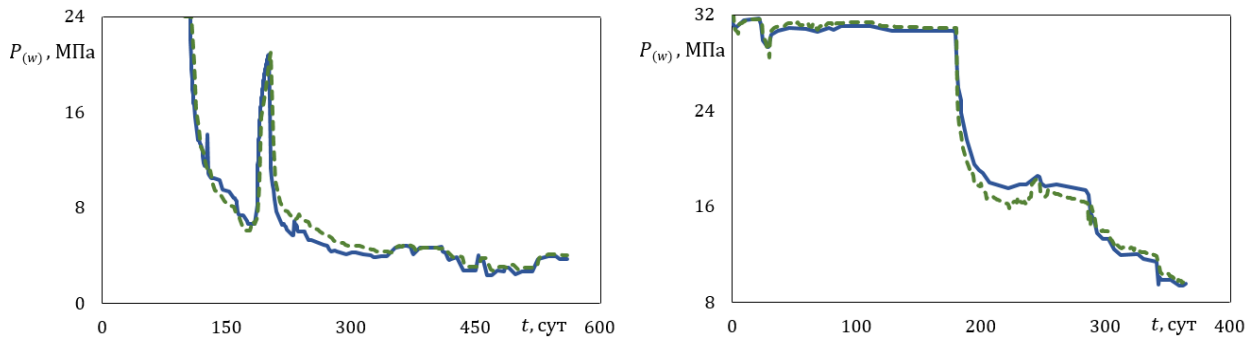


Рис. 11. Сопоставление давления промыслового (синяя линия) и результатов расчёта (зелёная пунктирная) для скважин №1 и №2

Проводимость  $C_f$  трещины определяется как произведение ширины трещины на проницаемость  $C_f = d_f k_f$ . Альтернативный способ предложен в данной работе. Изложенная методика позволяет вычислять проводимость без учёта  $k_f$ ,  $d_f$  и  $l_f$ , зная только режим работы скважины после проведения ГРП и параметры пласта

$$C_f = d_f k_f = \frac{0.6084 \cdot q^2 \sqrt{\tau}}{(P_{(w)}(\tau))^2} \cdot \frac{\mu^{3/2}}{\sqrt{k_p}} \cdot \frac{C \sqrt{\rho}}{\sqrt{m_p}}$$

Таблица 1. Сопоставление результатов расчетов проводимости

Параметр	Принятые в работе данные	Скважина № 1	Скважина № 2	Скважина № 3
$C_f$ , мД*м	506	533	338	277

Значения, вычисленные на основе промысловых данных скважин № 1, 2, 3, и принятые в работе одного порядка и вполне сопоставимы, а значит, это еще раз подтверждает корректность и возможность использования выведенной формулы.

Вопрос влияния коэффициента упругоёмкости трещины ГРП на вычисления написан в **четвёртой главе**. Получено решение задачи нестационарной фильтрации при заданном изменяющемся расходе жидкости скважины с учётом упругоёмкости трещин. Выполнено сопоставление вычисленных кривых давления с промысловыми данными. Введём следующую функцию

$$\Psi(x,t) = \frac{-2}{\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{\alpha_f} \sqrt{t}}{d_f k_f} \cdot \int_0^1 \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha_f t \rho^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho^2}{\sqrt{1-\rho^2}} \frac{\alpha_f k_p \sqrt{t}}{\sqrt{\alpha_p} k_f d_f}\right) d\rho.$$

Если расход может меняться в любой момент времени то, приближая  $q(t)$  кусочно-постоянными функциями, перейдем к пределу при  $\max|t_i - t_{i-1}| \rightarrow 0$ . Это интеграл Римана-Стилтьеса

$$P_f(x,t) = \int_0^t \Psi(x,t-\tau) dq(\tau).$$

При  $x = 0$  давление на скважине примет вид

$$P_w(t) = \int_0^t \Psi(0,t-\tau) dq(\tau), \quad \Psi(0,t) = \frac{-2\mu\sqrt{\alpha_f}\sqrt{t}}{d_f k_f \sqrt{\pi}} \cdot \int_0^1 \operatorname{erfc}\left(\frac{\rho^2}{2\sqrt{1-\rho^2}} \frac{\alpha_f k_p \sqrt{t}}{d_f k_f \sqrt{\alpha_p}}\right) d\rho.$$

Выполним сопоставление (рис. 12) результатов расчета и промысловых данных.

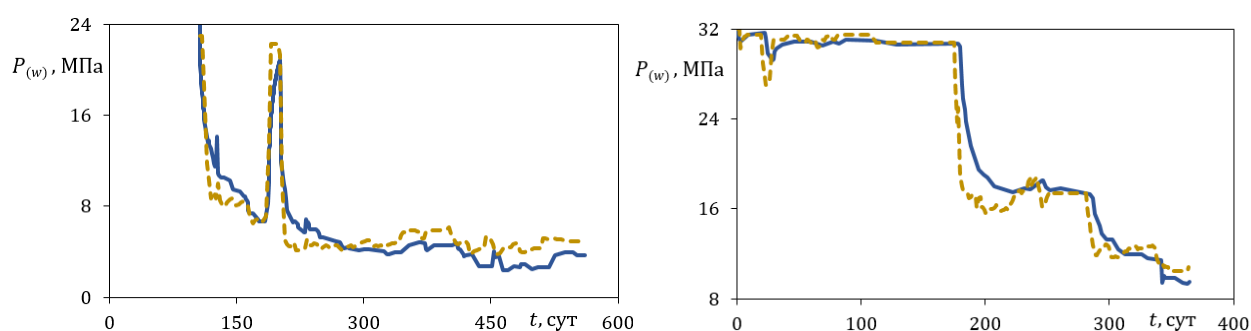


Рис. 12. Сопоставление промыслового давления (синяя сплошная линия) и результатов расчета (жёлтая пунктирная) скважины № 1 и № 2

**Пятая глава** содержит задачу о трещине, перпендикулярной стволу скважины. Пусть существует трещина ГРП цилиндрической формы, проходящая перпендикулярно стволу скважины. Геометрически трещина состоит из зоны шириной  $d_f$  между двух колец радиусом  $a$  и внешним

радиусом  $b$ . Жидкость слабосжимаема распространяется из скважины в трещину, а затем в пласт перпендикулярно трещине ГРП (рис. 13).

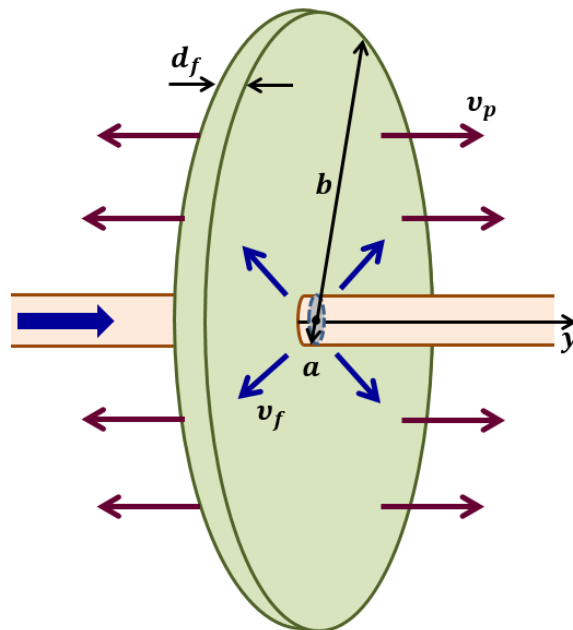


Рис. 13. Схема «скважина-трещина-пласт»

Запишем систему уравнений

$$\frac{\partial P_f}{\partial t} = \frac{\kappa_f}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial P_f}{\partial r} \right) + 2 \frac{m_p \kappa_p}{m_f d_f} \left( \frac{\partial P_p}{\partial y} \right) \Big|_{y=0}, \quad (a < r < b).$$

$$\frac{\partial P_p}{\partial t} = \kappa_p \frac{\partial^2 P_p}{\partial y^2}, \quad (y > 0, a < r < b).$$

где  $\kappa_i = \frac{k_i \rho_0 C^2}{m_i \mu}$  – коэффициент пьезопроводности ( $i = f, p$ ).

Пусть расход  $q = 0.00005 \text{ м}^2/\text{с}$ , построим давление (рис. 14). На графике пунктиром обозначены результаты для  $b = 10 \text{ м}$  и сплошная линия для внешнего радиуса  $b = 30 \text{ м}$ . Разные цвета кривых соответствуют величинам проницаемости пласта  $k_p = 10^{-13}, 10^{-14}$  и  $10^{-15} \text{ м}^2$ . Заметим, что перепад значений при  $b = 10 \text{ м}$  растет с уменьшением проницаемости пласта.

На рис. 15 показано изменение давления в трещине гидроразрыва пласта при постоянном  $q = 0.00005 \text{ м}^2/\text{с}$  в разные моменты времени 10 с, 100 с и 1000 с при трещине с внешним радиусом  $b = 10 \text{ м}$  (пунктир) и 30 м (сплошная).

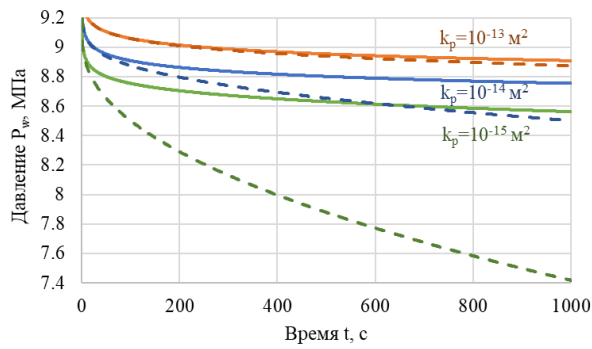


Рис. 14. Забойное давление при постоянном расходе

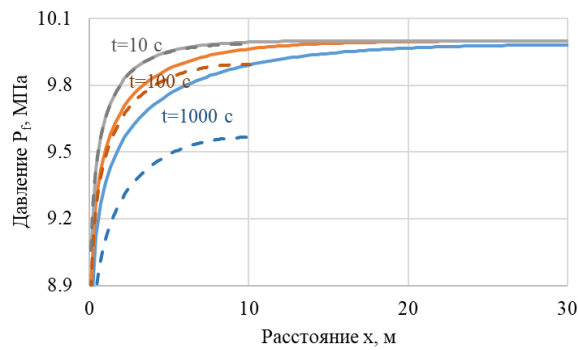


Рис. 15. Давление в трещине при постоянном расходе

На рис. 16 построен график для расхода скважины при постоянном давлении скважины. Сплошной линией обозначено для  $b = 30 \text{ м}$  и пунктиром для  $b = 10 \text{ м}$ , а также разными цветами обозначены разные значения проницаемости среды.

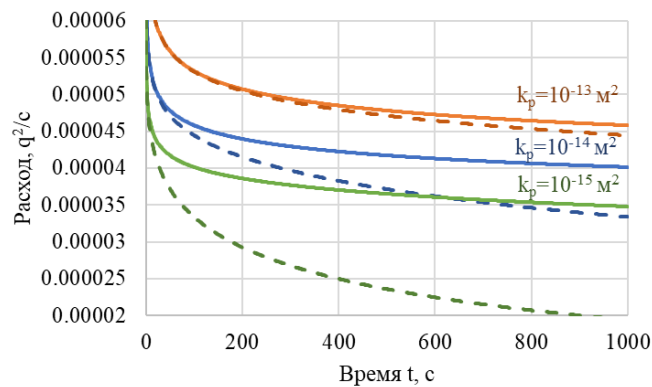


Рис. 16. Расход скважины при постоянном забойном давлении

Таким образом, рассмотрена фильтрация жидкости в трещине гидроразрыва пласта, перпендикулярной стволу скважины, при постоянном расходе или постоянном забойном давлении, показано влияние параметров системы на результаты расчетов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Приведена математическая модель описания фильтрации жидкости в скважине с вертикальной трещиной ГРП. Теоретически изучена фильтрация флюида в трещине ГРП, окружающем пласте, а также динамика изменения давления и дебита при переходных режимах работы скважины.
2. Определено аналитическое решение интегро-дифференциального уравнения, способное рассчитать дебит на основе изменяющегося давления, и наоборот, вычислить давление в трещине ГРП и забойное давление скважины по динамике расхода жидкости.
3. Продемонстрированы возможности полученных аналитических решений системы уравнений, описывающих фильтрацию жидкости в пласте, подверженном ГРП, на промысловых данных путем решения практической задачи по определению давления скважины с трещиной ГРП. Рассчитанное по формулам давление хорошо согласуется с забойным давлением скважин, что говорит о применимости подхода.
4. Показаны аналитические решения задачи нестационарной фильтрации при заданном изменяющемся дебите с учетом упругости. Полученные формулы использованы для анализа промысловых данных.
5. Предложена новая формула для определения проводимости трещины ГРП на основе данных эксплуатации скважины и характеристик пласта. Формула апробирована на промысловых данных.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ НАУЧНО – КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ:

1. Башмаков Р.А., **Фокеева Н.О.**, Шагапов В.Ш. Давление и дебит при переходных режимах работы скважины с вертикальной трещиной гидроразрыва // Прикладная математика и механика. – 2022. – Т. 86, Вып. 6. – С. 998–1012. (**RSCI**)
2. Башмаков Р.А., **Фокеева Н.О.**, Шагапов В.Ш. Особенности фильтрации флюидов в коллекторах, подверженных гидроразрыву пласта, при переходных режимах работы скважины // Прикладная механика и техническая физика. – 2022. – Т. 63, №3. – С. 117–127. (**RSCI**)
3. Shagapov V.S., Bashmakov R.A., **Fokeeva N.O.**, Shamatova A.A. Evolution of Filtration Pressure Waves in a Hydraulic Fracture during Transient-Well-Operation Modes // Mathematics 2023, 11, 98. (**Scopus**)



4. Александрова Е.А., Башмаков Р.А., Махота А.А., **Фокеева Н.О.**, Яхина К.Р. Динамика давления на скважине с трещиной ГРП по заданному дебиту // **Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2023617532**. Роспатент. Дата государственной регистрации в Реестр программ для ЭВМ 11.04.2023.
5. Мигранова З.Н., Башмаков Р.А., **Фокеева Н.О.** Об определении параметров трещины ГРП // **Материалы IX Международной молодежной научно-практической конференции**. – Стерлитамак. – 2019. – С. 251–253. **(РИНЦ)**
6. **Фокеева Н.О.**, Шамматова А.А. К моделированию работы скважины с трещиной ГРП // **Вестник Башкирского университета** – 2023. – Т. 28, № 1. – С. 10–14. **(РИНЦ)**
7. Шагапов В.Ш., **Фокеева Н.О.**, Мигранова З.М. О фильтрации жидкости в трещине ГРП при переменных режимах работы скважины // **Многофазные системы**. – 2020. – Т. 15, № 1–2. – С. 121. **(РИНЦ)**
8. Башмаков Р.А., Шагапов В.Ш., **Фокеева Н.О.** Зависимость между давлением и расходом при переходных режимах работы скважины с ГРП // **Актуальные проблемы науки и образования в современном вузе: Сборник трудов V Международной научно-практической конференции**. – Стерлитамак. – 2021. – С. 316–320. **(РИНЦ)**
9. **Фокеева Н.О.**, Башмаков Р.А. Особенности фильтрации при переходных режимах работы скважины с трещиной ГРП // **XXII Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и информационным технологиям: тезисы докладов**. – Новосибирск. – 2021. – С. 35–36. **(РИНЦ)**
10. **Фокеева Н.О.**, Башмаков Р.А. Распределения давления в трещине ГРП при переходных режимах работы скважины // **Уфимская осенняя математическая школа: Материалы международной научной конференции**. – Уфа. – 2021. – Том 2. – С. 242–244. **(РИНЦ)**
11. Ардисламова Д.Р., Колесов В.А., **Фокеева Н.О.**, Малов А.Г., Рабцевич С.А., Харисов М.Н. Построение модели вторичной пустотности карбонатного коллектора на примере одного из месторождений Тимано-Печорской провинции // **Материалы 23-й конференции по вопросам геологоразведки и разработки месторождений нефти и газа (Геомодель 2021)**. Геленджик. – 2021. – С. 115. **(РИНЦ)**
12. **Фокеева Н.О.**, Башмаков Р.А. Распределение дебита и давления в скважине с ГРП при переходных режимах работы // **XXIII Всероссийская конференция молодых учёных по математическому моделированию и**

- информационным технологиям: тезисы докладов. – Новосибирск. – 2022. – С. 39–40. (РИНЦ)
13. **Фокеева Н.О.**, Башмаков Р.А. Задача о фильтрации флюида при переходных режимах работы скважина с ГРП // Материалы XVI Всероссийской молодежной научной конференции «Мавлютовские чтения». – Уфа. – 2022. – Т. 5. – С. 1262–1265. (РИНЦ)
14. **Фокеева Н.О.**, Башмаков Р.А. О динамике давления в трещине ГРП при переходных режимах работы скважины // Уфимская осенняя математическая школа: Материалы Международной научной конференции. – Уфа. – 2022. – Том 2. – С. 457–459. (РИНЦ)
15. **Фокеева Н.О.** Динамика давления в трещине гидроразрыва при переходных режимах работы скважины // Многофазные системы. – 2022. – Т. 17, № 3–4. – С. 195. (РИНЦ)
16. **Фокеева Н.О.**, Башмаков Р.А. Распределение дебита и давления в скважине с ГРП при переходных режимах работы // Материалы XIV Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли. – Москва. – 2022. – С. 103–105. (РИНЦ)
17. Шагапов В.Ш., Башмаков Р.А., **Фокеева Н.О.**, Шамматова А.А. Динамика давления жидкости в трещине гидроразрыва при изменяющихся режимах работы скважины // Многофазные системы. – 2022. – Т. 17, № 1–2. – С. 113–121. (РИНЦ)
18. **Фокеева Н.О.**, Башмаков Р.А. Моделирование работы вертикальной скважины с ГРП при переходном режиме // Материалы международной научно-практической конференции им. Д.И. Менделеева: Сборник статей. Т. 3. – Тюмень. – 2023. – С. 225–226. (РИНЦ)