

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук
(УФИЦ РАН)
Институт нефтехимии и катализа – обособленное структурное подразделение
Федерального государственного бюджетного научного учреждения
Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук
(ИНК УФИЦ РАН)

На правах рукописи

Мазитов Айнур Асгатович

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ
МНОГОФАЗНОГО ПОТОКА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

Направление 02.06.01 – Компьютерные и информационные науки
Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы
и комплексы программ

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД (АВТОРЕФЕРАТ)

Уфа-2022

Работа выполнена в лаборатории математической химии Института нефтехимии и катализа – обособленном структурном подразделении Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук

Научный руководитель:

Губайдуллин Ирек Марсович

доктор физико-математических наук,
профессор
зав. лаборатории математической химии
ИНК УФИЦ РАН

Рецензенты:

Коледина Камилла Феликсовна

доктор физико-математических наук, доцент
с.н.с. лаборатории математической химии
ИНК УФИЦ РАН

Повещенко Юрий Андреевич

доктор физико-математических наук,
профессор
в.н.с. ИПМ им. М.В. Келдыша РАН

Защита научно-квалификационной работы (диссертации) состоится «13» сентября 2022 года в 10⁰⁰ часов на заседании аттестационной комиссии в Институте нефтехимии и катализа – обособленном структурном подразделении Федерального государственного бюджетного научного учреждения Уфимского федерального исследовательского центра Российской академии наук по адресу: 450075, г. Уфа, проспект Октября, 141.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Представляемая работа посвящена разработке вычислительных алгоритмов и программного обеспечения для моделирования процесса массопереноса многофазной жидкости в однопоровых коллекторах при проведении гидродинамического исследования на добывающей скважине при неустановившемся режиме течения.

На сегодняшний день Российская Федерация входит в число стран-лидеров по объемам производства нефти. Ежегодно на территории страны добывается более 500 миллионов тонн нефти, большая часть которой идет на экспорт без переработки в страны азиатско-тихоокеанского региона, Европы, ближнего зарубежья. Развитие нефтяной промышленности оказывает значительное влияние на другие сферы деятельности. Решение вопросов, касающихся освоения и эффективной разработки месторождений остаются перспективными. Комплексное изучение свойств продуктивных пластов, содержащихся в них жидкостей и газов, и происходящих в них сложных процессов составляют основу современных научных технологий разработки нефтяных месторождений.

Приоритетной целью при разработке нефтяного месторождения является увеличение темпа отбора флюида из продуктивного пласта и поддержание пластового давления. Данная цель преследуется на любых стадиях разработки. Для ее достижения как правило используется система поддержания пластового давления, которая нагнетает рабочий агент в продуктивный пласт, таким образом создавая напорный режим. Агентами выступают вода или газ. Кроме рабочего агента процесс добычи нефти практически всегда сопровождается попутной водой или попутным газом. Таким образом происходит перемешивание нефти, воды и газа, образуя многофазные потоки. Концентрация компонентов смеси изменяется во времени и зависит от многих факторов: величины влагосодержания, физических свойств каждого компонента смеси и т.д. Это приводит к нестабильной структуре течения потока и изменению ее свойств, в том числе физических. Отсюда следует, что планирование работ по освоению и оптимальной эксплуатации нефтяной скважины носит комплексный характер, связанный с гидродинамическими процессами, происходящими при течении многофазного потока в системе пласт-скважина.

Наиболее эффективным инструментом для изучения свойств пласта и многофазных потоков являются гидродинамические исследования скважин (ГДИС). ГДИС позволяют получить данные о продуктивности, фильтрационных свойствах пласта и жидкостей, типа коллектора и т.д.

Для различных моделей фильтрации существуют вычислительные алгоритмы для моделирования процесса, а также методы интерпретации данных ГДИС для определения параметров моделей. Но несмотря на востребованность данной тематики, многие вопросы, связанные с математическими и вычислительными аспектами моделирования многокомпонентных течений, требуют дальнейшего развития.

Для анализа и интерпретации результатов ГДИС существует ряд программ, как отечественных, так и зарубежных. Но они не позволяют проводить полный спектр расчетов, и зачастую бывают вычислительно неэффективными. Поэтому в данной работе возникла

необходимость в создании компактного инструмента, с помощью которого можно решать задачи по изучению течения многофазных жидкостей в однопоровых коллекторах.

Таким образом, математические постановки задач с учетом многофазных течений во всех его элементах: пластах, трубах скважин и проточных каналах, разработка эффективных численных методов и алгоритмов, их решения с применением современных компьютерных технологий вычислений, являются актуальными.

Целью настоящей работы является разработка компактного программного обеспечения для моделирования процесса фильтрации многофазных потоков в однопоровых коллекторах при гидродинамическом исследовании на добывающей скважине.

Для достижения поставленной цели сформулированы и решены следующие задачи:

1. Построение математической модели процесса массопереноса жидкости в случае однофазной и двухфазной фильтрации для описания гидродинамического исследования.
2. Разработка численных схем для решения задачи нестационарного течения однофазного и двухфазного потока в нефтяном пласте.
3. Разработка программного обеспечения для моделирования процесса массопереноса жидкости в однопоровом коллекторе с помощью высокопроизводительной вычислительной техники и проведение вычислительных экспериментов для реализованных численных схем.

Научная новизна результатов заключается в

1. построении флюидодинамических моделей для описания гидродинамических исследований на добывающей скважине в однопоровых коллекторах в рамках моделей для течения однофазного и многофазного потока;
2. разработке компактного программного обеспечения для моделирования гидродинамического исследования на неустановившемся режиме течения в добывающей скважине в случае многофазной фильтрации в однопоровом коллекторе;
3. моделировании гидродинамических исследований на добывающих скважинах на реальных месторождениях.

Полученные математические модели позволяют количественно описывать поведение давления в нефтяных скважинах.

Практическая значимость работы заключается в создании программного обеспечения на многопроцессорной вычислительной технике для нахождения параметров течения многофазных потоков в пористых средах. Алгоритм и программа предлагают пользователю удобный и легко адаптируемый к потребностям практики инструментарий для расчета сложных процессов, возникающих при разработке пористых коллекторов. Разработанное программное обеспечение применимо для изучения флюидодинамических процессов в однопоровых коллекторах и может быть использовано для прогноза дебитов, добычи и расчета оптимальных режимов работы скважин. (Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019664711).

Методы исследования. Для решения поставленных задач применялись методы механики сплошной среды и вычислительной математики. Для написания программного кода использовался язык программирования C++.

Положения, выносимые на защиту.

1. Математические модели массопереноса в случае однофазной и двухфазной жидкости для описания гидродинамического исследования на добывающей скважине при фильтрации жидкости в однопоровом коллекторе.
2. Разностные схемы с сетками по времени и пространству.

3. Программное обеспечение, реализующее модель течения двухфазной жидкости и разностную схему. Выполненные в нем параметрические исследования динамики давления в зависимости от различных характеристик пласта.

Степень достоверности результатов. Высокая степень представленных результатов подтверждается сравнением результатов численного моделирования с промышленными данными, которые получены во время проведения натурного эксперимента.

Апробация работы. Материалы работы докладывались и обсуждались на семинарах Института нефтехимии и катализа, всероссийских и международных конференциях. Некоторые конференции где была представлена работа: Международная научная конференция «Уфимская осенняя математическая школа» (г. Уфа, 2020); IX Международная научная молодежная школа-семинар «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» имени Е.В. Воскресенского (г. Саранск, 2020); XV Международная научная конференция «Дифференциальные уравнения и их приложения в математическом моделировании» (г. Саранск, 2021); Международная научно-практическая конференция «Интеллектуальные информационные технологии и математическое моделирование – 2021 (ИИТ&ММ-2021)» (пос. Дивноморское, 2021); Международная научная конференция «Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ)» (г. Дубна, 2022); V Международная конференция «Суперкомпьютерные технологии математического моделирования (СТеММ)» (г. Москва, 2022).

Связь с научными программами. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект РФФИ № 20-37-90080 «Математическое моделирование нестационарного течения многофазного потока в пористой среде») и Российского научного фонда (проект РНФ № 21-71-20047 «Разработка теоретических основ и создание высокопроизводительных алгоритмов для двухфазных математических моделей фильтрации жидкости в коллекторах трещиновато-порового типа»).

Личный вклад автора. Совместно с научным руководителем автор определил тему работы и ее цель, а также поставил задачи, необходимые для достижения поставленной цели. Личный вклад автора состоит в анализе литературных данных, описании математических моделей, разработке численных алгоритмов, разработке программного обеспечения для решения поставленных задач, обсуждении и апробации полученных результатов, подготовке научных публикаций.

Публикации. Во время работы над исследованием по ее материалам опубликовано 13 научных трудов в отечественных и зарубежных изданиях, из них 2 статьи в журналах, индексируемых Scopus. Оформлено 1 свидетельство о регистрации программы.

Структура и объем работы. Материал работы изложен на 81 страницах машинописного текста, включает 23 рисунка и 1 таблицу. Включает введение, четыре главы: литературный обзор, математическое моделирование, проектирование программного обеспечения, результаты исследования. Заканчивается заключением и списком цитируемой литературы (74 наименования).

Благодарности. Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю д.ф.-м.н. Губайдуллину И.М. за помощь в выборе темы научного исследования, участие в обсуждениях результатов и постоянную поддержку по ходу выполнения работы, Бобренёвой Ю.О. за методическое руководство и плодотворное обсуждение результатов работы на разных этапах ее выполнения, Узьянбаеву Р.М. за помощь в написании программного кода.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении показана актуальность работы, определена цель работы и задачи, необходимые для ее достижения, описаны научная новизна и практическая значимость работы.

Первая глава посвящена литературному обзору предметной области. В начале главы проведен обзор нефтяной промышленности в России, описан объект исследования – многофазные потоки. Далее проведен литературный обзор отечественных и зарубежных источников по теоретическим и экспериментальным работам, посвященных изучению многофазных потоков. Затем рассмотрены современные программные средства для решения задач фильтрации жидкости. В конце главы проведен обзор методологии исследования скважин – гидродинамических исследований, а также обзор математической основы работы: основные уравнения и законы гидродинамики.

Главным объектом исследования являются многофазные потоки в нефтяных пластах. Многофазным потоком называют одновременный поток веществ с двумя и более термодинамическими фазами. Практически любая технология производства включает некоторую форму многофазного потока. Кроме производства многофазные потоки распространены в естественной среде.

Самым распространенным видом многофазного потока являются двухфазные потоки. Как следует из названия, такие потоки состоят из двух фаз, например, «газ-жидкость», «жидкость-твердое тело» и т.д. Двухфазные потоки являются наиболее изученными и в контексте промышленности представляют больший интерес. Существует разные модели течения многофазного потока. Характер течения определяется различными параметрами, такими как диаметр трубы, физические свойства жидкости и т.п. Скорость течения отдельных фаз может различаться, например, в потоке с пробкой газ течет быстрее жидкости. В работе рассматриваются однофазный поток (нефть) и двухфазный поток типа «жидкость-жидкость» (нефть и вода).

Для проектирования конструкции добывающих скважин, транспортировки продукции, контроля над потоками и для прогноза их показателей важно качественное описание и количественная оценка параметров многофазных потоков. Многие исследователи предложили различные модели, каждая со своими недостатками и преимуществами, однако несмотря на их огромное количество до сих пор отсутствует общепризнанная модель, которая максимально точно описывала бы подобные течения в нефтяных пластах. На сегодняшний день по-прежнему рассчитываются критерии переходных процессов. Используя прежде модели переходных процессов были гораздо сложнее в применении, по сравнению с моделями статических течений, так как для них требовались больший объем и качество необходимых данных. Возникающая в процессе моделирования характерная неустойчивость полученного решения способствовала большим затратам машинного времени. Помимо этого, для переходных процессов интерпретировать данные труднее, в отличие от установившихся режимов течения. Но модели переходных процессов постоянно совершенствуется, поэтому такое моделирование с каждым годом применяется все чаще и чаще.

На текущий момент существующие технологии исследований многофазных потоков в трубах и скважинах с применением переходных моделей двухжидкостного потока и механистических моделей установившихся режимов с большой точностью описывают физические явления, которые в них возникают. Используя переходные модели, решают сложные динамические задачи, однако, при этом часто возникают трудности со сходимостью методов и адекватностью результатов.

Для моделирования многофазных потоков в скважинах и интерпретации результатов исследований в крупных нефтегазодобывающих компаниях используются большие коммерческие симуляторы, среди которых можно выделить: OLGA (SPT Group, Schlumberger), LedaFlow (Kongsberg), MAST (TEA Sistemi) и другие. Однако нередко возникают ситуации, когда быстро или в режиме реального времени необходимо произвести расчет. Программные средства, используемые нефтяными компаниями, являются громоздкими, коммерческими, сложными для понимания. При всех своих преимуществах все равно обладают недостатками. В данной работе разработано компактное программное обеспечение, ориентированное на конечного пользователя – специалиста по анализу гидродинамических исследований скважин, которое имеет удобный в использовании интерфейс, необходимый функционал, отличается простотой освоения и бесплатным распространением. Основным функционалом является интерпретация данных гидродинамических исследований.

Гидродинамические исследования скважин представляют собой систему мероприятий, проводимых на скважине в соответствии со специальными программами. Другими словами – это замер с использованием глубинных или устьевых приборов совокупности величин, последующая их обработка и интерпретация полученной информации о свойствах продуктивного пласта. На основе анализа происходит формирование рекомендаций по практическому использованию и принятию дальнейших промысловых решений. Гидродинамические исследования проводятся на всех этапах разработки месторождения от разведки до эксплуатации.

Анализ и интерпретация ГДИС предполагает использование теоретических моделей, в основе которых лежит совокупность классических уравнений и законов. С их помощью в том числе решаются задачи течения многофазных потоков. Фундаментальным законом при интерпретации гидродинамических исследований является закон Дарси. При исследовании на неустановившемся режиме работы скважины ключевым является уравнение пьезопроводности, характеризующее связь между следующими параметрами: давление в пласте, время, радиус исследования. На уравнение пьезопроводности можно наложить начальные и граничные условия. Начальным условием является начальное давление в пласте до проведения исследования. Граничные условия – это радиус скважины на внутренней границе и граница пласта на внешней. Наложением условий получается модель, характеризующая динамику изменения давления в пласте.

Во второй главе рассматриваются процессы массопереноса жидкости в однопоровом коллекторе при гидродинамическом исследовании на добывающей скважине. Представлены физико-математические модели фильтрации однофазной и двухфазной жидкости, для которых построены разностные схемы. Разностные схемы соответственно построены методами контрольных объемов и конечных разностей. Решение разностных схем осуществляется методом скалярной прогонки.

При численном моделировании важно учитывать все параметры пласта и флюида. Таким образом достигается качественное описание процесса массопереноса нефти при проведении гидродинамического исследования. Рассмотрена модель, описывающая процесс теплопереноса нефти (однофазной жидкости) в однопоровом коллекторе:

$$\begin{aligned} \varphi c \frac{\partial P}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{k}{\mu} r \frac{\partial P}{\partial r} \right), \\ c_p \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) - c_p u \left(\frac{\partial T}{\partial r} + \varepsilon \frac{\partial P}{\partial r} \right) + \eta \varphi c_p \frac{\partial P}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1)$$

где φ – пористость (д.ед.), c – сжимаемость (1/Па), k – проницаемость (м^2), μ – вязкость нефти (Па·с), P – пластовое давление (Па), r – радиус (м), t – время (с), λ – теплопроводность однопоровой среды ($\text{Вт/м}^3\cdot\text{К}$), T – температура (К), u – скорость конвективного переноса тепла (м/с), c_p – теплоемкость жидкости ($\text{Дж/м}^3\cdot\text{К}$), ε – коэффициент Джоуля-Томсона (К/Па), η – коэффициент адиабатического расширения (К/Па).

Первое уравнение из системы (1) описывает изменение давления в пласте, второе – процесс теплопереноса жидкости. Система уравнений (1) задается в пространственно-временном интервале:

$$\begin{aligned} r_w \leq r \leq r_e, \\ 0 \leq t \leq t_k, \end{aligned} \quad (2)$$

где r_w – радиус скважины (м), r_e – радиус контура питания (м), t – время (с), t_k – заданный конечный момент времени (исследования) (с).

Начальным шагом к решению представленной системы уравнений является его преобразование в систему линейных алгебраических уравнений путем получения дискретных аналогов исходных уравнений. Для этого использован метод контрольных объемов. Суть метода контрольных объемов заключается в разбиении рассматриваемой расчетной области, на так называемые контрольные объемы. Каждый контрольный объем содержит одну узловую точку. Производится интегрирование исходных дифференциальных уравнений по каждому такому контрольному объему. При вычислении интегралов используются кусочные профили. При применении метода использовалось расположение точек, как на рисунке 1.

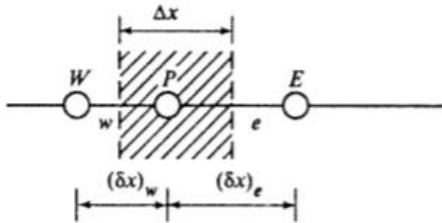


Рисунок 1. Расположение точек

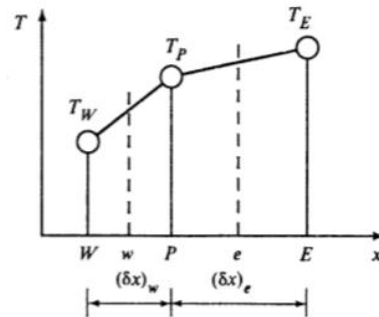


Рисунок 2. Кусочно-линейный профиль

Используя единичные контрольные объемы и кусочно-линейный профиль (рисунок 2), построена разностная схема:

$$\begin{aligned} a_p P_p^1 &= a_e [f P_e^1 + (1-f) P_e^0] + a_w [f P_w^1 + (1-f) P_w^0] + \\ &+ P_p^0 [a_p^0 - (1-f) a_e - (1-f) a_w], \\ b_p T_p^1 &= b_e [f T_e^1 + (1-f) T_e^0] + b_w [f T_w^1 + (1-f) T_w^0] + T_p^0 [b_p^0 - (1-f) b_e - \\ &- (1-f) b_w + k_1] + (k_3 - k_2) (P_p^1 - P_p^0), \end{aligned} \quad (3)$$

где P_P^0 – значение P в узле P в точке t , P_P^1 – значение P в узле P в точке $t + \Delta t$, f – весовой коэффициент, изменяющийся от 0 до 1. В разностной схеме (3) приняты обозначения:

$$\begin{aligned} a_e &= \frac{r_e}{(\delta r)_e}, a_w = \frac{r_w}{(\delta r)_w}, a_p^0 = \frac{\varphi c r \mu \Delta r}{k \Delta t}, \\ a_p &= (a_p^0 + f a_e + f a_w), \\ b_e &= \frac{r_e}{(\delta r)_e}, b_w = \frac{r_w}{(\delta r)_w}, b_p^0 = \frac{\varphi c_p r \Delta r}{\lambda \Delta t}, k_1 = \frac{c_p u r}{\lambda}, k_2 = \frac{c_p u \varepsilon r}{\lambda}, \\ k_3 &= \frac{\eta \varphi c_p r \Delta r}{\lambda \Delta t}, b_p = b_p^0 + f b_e + f b_w + k_1. \end{aligned} \quad (4)$$

Значение весового коэффициента f определяется вид разностной схемы (3). При $f = 0$ схема является явной, а при $f = 1$ – неявной.

Во время эксплуатации или проведения исследования на скважине насыщенность и давление наиболее быстро изменяются вблизи стенок скважины. Отсюда следует необходимость пристального отслеживания движения воды к скважине. В сравнение с однофазным течением для моделирования двухфазных течений требуются более эффективные методы. Пластовое давление выше давление насыщения, что обуславливает практически полное отсутствие газовой фазы. К тому же газовый фактор обладает наименьшим влиянием, поэтому им можно пренебречь. Рассматривается смесь нефти и воды, представляющая собой двухфазный поток типа жидкость-жидкость. Уравнения фильтрации двухфазной жидкости, записанные в дивергентной форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\varphi \rho_o S_o)}{\partial t} + \nabla(\rho_o U_o) &= 0, \\ \frac{\partial(\varphi \rho_w S_w)}{\partial t} + \nabla(\rho_w U_w) &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $i = o, w$ (o – нефть, w – вода), φ – пористость, ρ – плотность (кг/м^3), S – насыщенность, t – время (с), U – скорость фильтрации (м/с).

Уравнения механики сплошной среды, дополненные уравнениями фазового равновесия, составляют основу математического описания для процесса фильтрации двухфазной жидкости в однопоровых коллекторах.

Для определения скоростей фильтрации используется обобщенный закон Дарси, согласно которому:

$$\begin{aligned} U_o &= - \frac{k^\alpha k_{ro}(S_o)}{\mu_o} \text{grad } P_o, \\ U_w &= - \frac{k^\alpha k_{rw}(S_w)}{\mu_w} \text{grad } P_w, \end{aligned} \quad (6)$$

где k^α – абсолютная проницаемость (м^2), k_r – относительная проницаемость (м^2), μ – вязкость (Па·с), P – давление (Па).

В данной работе пренебрегается влиянием капиллярных и гравитационных сил, поэтому давление для фаз нефти и воды считается одинаковым:

$$P_o = P_w = P. \quad (7)$$

Сумма насыщенностей в двухфазном потоке равна единице:

$$S_o + S_w = 1. \quad (8)$$

Для задачи ставятся начальные и граничные условия. Это условие непротекания справа и забойное давление слева:

$$P|_{t=0} = P_0, \quad P|_{r=r_w} = P_k, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial r}\right)_{r=r_e} = 0, \quad (9)$$

где r – радиус (м), r_w – радиус скважины (м), r_e – радиус контура питания (м), P_k – давление на границе контура питания (Па).

В итоге получается математическая модель (5)-(9), которая описывает процесс массопереноса двухфазной жидкости в однопоровом коллекторе при проведении гидродинамического исследования на добывающей скважине. Рассматривается ситуация, когда скважина запускается в работу после долгого времени простоя. Для получения разностной схемы модели используется метод конечных разностей. Данный метод является универсальным методом решения задач, поставленных для дифференциальных уравнений математической физики. Строящаяся в методе разностная схема представляет собой дискретный аналог исходных уравнений. Решением разностной задачи является сеточная функция, определяемая в конечном числе точек области, в которой изменяются независимые переменные. Значения сеточной функции в обозначенных точках приближенно совпадают со значениями функции, которая является решением исходной задачи.

Рассматривается одномерная постановка задачи с разностной сеткой по времени и пространству:

$$\begin{aligned} \overline{W}_h &= \{x_i = hi, i = 0, 1 \dots N, x_0 = 0, x_N = L\}, \\ \overline{W}_\tau &= \{t_j = \tau j, j = 0, 1 \dots M\}, \end{aligned} \quad (10)$$

где x_i – координаты узлов, h – шаг сетки по пространству, τ – шаг сетки по времени, N и M – число узлов соответственно по пространству и времени. Сеточной величиной является давление, определяемая в точке x_i . Под $i + \frac{1}{2}$ -ой ячейкой одномерной сетки Ω_i понимается отрезок (x_i, x_{i+1}) :

$$h_{i+\frac{1}{2}} = x_{i+1} - x_i, \quad \bar{h} = \frac{1}{2} \left(h_{i+\frac{1}{2}} + h_{i-\frac{1}{2}} \right). \quad (11)$$

После проведения преобразований из системы (5)-(9) получается уравнение:

$$\left[\frac{S_o}{\rho_o} \frac{\partial(\varphi \rho_o)}{\partial t} + \frac{S_w}{\rho_w} \frac{\partial(\varphi \rho_w)}{\partial t} \right] - \frac{\text{div}(\rho_o U_o)}{\rho_o} - \frac{\text{div}(\rho_w U_w)}{\rho_w} = 0. \quad (12)$$

Дифференциальные выражения из уравнения (12) аппроксимируются их сеточными аналогами, а затем по методу хорд линеаризуется полученная система уравнений. В итоге уравнение примет форму:

$$\begin{aligned} \frac{(S_o)^{(\sigma)^\wedge}}{(\rho_o)^{(\sigma)^\wedge}} (\bar{\varphi} \rho_o)_P^s \delta P + \frac{(1 - S_o)^{(\sigma)^\wedge}}{(\rho_w)^{(\sigma)^\wedge}} (\bar{\varphi} \rho_w)_P^s \delta P \\ + \frac{-\tau}{(\rho_o)^{(\sigma)^\wedge}} \text{div} \left[\left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)^s k_{r_o}^s \text{grad}(\delta P) \right] \\ + \frac{-\tau}{(\rho_w)^{(\sigma)^\wedge}} \text{div} \left[\left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)^s k_{r_w}^s \text{grad}(\delta P) \right] = 0 - F^s, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\bar{\varphi} = \bar{h}\varphi$, F^s – разностная аппроксимация второй части уравнения (12) (умноженная на шаг τ), σ – вес по времени, a' – производная по давлению, δP – невязка по давлению, разностная операция $\text{div}: (\omega) \rightarrow (\Omega)$ обозначает аппроксимацию дивергенции $dv \cdot \text{div}$, действующую на функции в ячейках (Ω) , $\text{grad}: (\omega) \rightarrow (\Omega)$ обозначает аппроксимацию градиента grad в

ячейках (Ω), действующую на сеточные функции в узлах (ω), k_{rw}^s – относительная фазовая проницаемость воды в ячейке Ω , взятая из узла $\omega(\Omega)$ этой ячейки, расположенного вверх по потоку с неявного слоя по времени (\approx). В сеточных аппроксимациях a^\wedge значения на неявном слое по времени \hat{t} берутся на $l+1$ уже вычисленной итерации, если они связаны с давлением (P^{s+1}), и l -й итерации, если они связаны с водонасыщенностью (S_w^s).

В уравнении (13) вес по времени σ определяется как:

$$\sigma = \frac{\sqrt{(\bar{\varphi})^\approx}}{(\sqrt{(\bar{\varphi})^\approx} + \sqrt{(\bar{\varphi})})}. \quad (14)$$

После аппроксимации частных производных соответствующими конечными разностями, получается система уравнений, которая сводится к трехточечному уравнению:

$$-A_i \delta P_{i-1} + C_i \delta P_i - B_i \delta P_{i+1} = F_i. \quad (15)$$

Коэффициенты системы линейных алгебраических уравнения (15) имеют вид:

$$F_i = -F^s,$$

$$\begin{aligned} A_i &= \frac{\tau}{[(\rho_w)^{(\sigma)}]_i^\wedge} \left\{ \frac{1}{h_{i-\frac{1}{2}}} * \left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)_{i-\frac{1}{2}}^s k_{rw(i-\frac{1}{2})}^s \right\} \\ &\quad + \frac{\tau}{[(\rho_o)^{(\sigma)}]_i^\wedge} \left\{ \frac{1}{h_{i-\frac{1}{2}}} * \left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)_{i-\frac{1}{2}}^s k_{ro(i-\frac{1}{2})}^s \right\}, \\ C_i &= \frac{(S_o)^{(\sigma)}}{(\rho_o)^{(\sigma)}} (\bar{\varphi} \rho_o)_p^s + \frac{(1 - S_o)^{(\sigma)}}{(\rho_w)^{(\sigma)}} (\bar{\varphi} \rho_w)_p^s \\ &\quad + \frac{\tau}{[(\rho_w)^{(\sigma)}]_i^\wedge} \left\{ \frac{1}{h_{i+\frac{1}{2}}} * \left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)_{i+\frac{1}{2}}^s k_{rw(i+\frac{1}{2})}^s + \frac{1}{h_{i-\frac{1}{2}}} * \left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)_{i-\frac{1}{2}}^s k_{rw(i-\frac{1}{2})}^s \right\} \\ &\quad + \frac{\tau}{[(\rho_o)^{(\sigma)}]_i^\wedge} \left\{ \frac{1}{h_{i+\frac{1}{2}}} * \left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)_{i+\frac{1}{2}}^s k_{ro(i+\frac{1}{2})}^s \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{h_{i-\frac{1}{2}}} * \left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)_{i-\frac{1}{2}}^s k_{ro(i-\frac{1}{2})}^s \right\}, \\ B_i &= \frac{\tau}{[(\rho_w)^{(\sigma)}]_i} \left\{ \frac{1}{h_{i+\frac{1}{2}}} * \left(\frac{\rho_w k}{\mu_w} \right)_{i+\frac{1}{2}}^s k_{rw(i+\frac{1}{2})}^s \right\} \\ &\quad + \frac{\tau}{[(\rho_o)^{(\sigma)}]_i} \left\{ \frac{1}{h_{i+\frac{1}{2}}} * \left(\frac{\rho_o k}{\mu_o} \right)_{i+\frac{1}{2}}^s k_{ro(i+\frac{1}{2})}^s \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом получена СЛАУ. Для ее решения в работе используется метод скалярной прогонки, решение производится на каждом временном слое. Итерационный процесс запускается и работает пока не достигнет заданной точности:

$$|\delta P| < \varepsilon_1 |P| + \varepsilon_2, \quad (17)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – заданные малые величины.

Третья глава посвящена проектированию программного обеспечения (ПО). В начале описывается перечень требований, предъявляемых к программному обеспечению. Далее представлено описание архитектуры ПО: структура, функциональная модель. В конце главы приводятся выбранные для разработки средства: парадигма программирования, язык программирования, инструментальная среда.

Главной задачей разработанного программного обеспечения является моделирование процесса фильтрации двухфазной жидкости в однопоровых коллекторах. Для этого ПО включает набор методов для построения разностной схемы и получения численного решения задачи. Программное обеспечение предлагает путем анализа определять взаимосвязь различных параметров модели и ее закономерности. Примененные при проектировании программного обеспечения методы и принципы математического моделирования обеспечивают эффективное исследование рассматриваемого процесса, на основе которого в дальнейшем появляется возможность повышения его управляемости и проведения оптимизации.

Структура ПО представлена на рисунке 3, в общем виде включающая в себя четыре основных компонента. Входными информационными потоками являются данные о параметрах модели, а выходными – графики, отражающие динамику изменения забойного давления в зависимости от времени и пространства. В качестве методов обработки информации рассматриваются численные методы и методы интерпретации гидродинамических исследований скважин. Техническими средствами обработки информации выступают персональные компьютеры, ноутбуки.

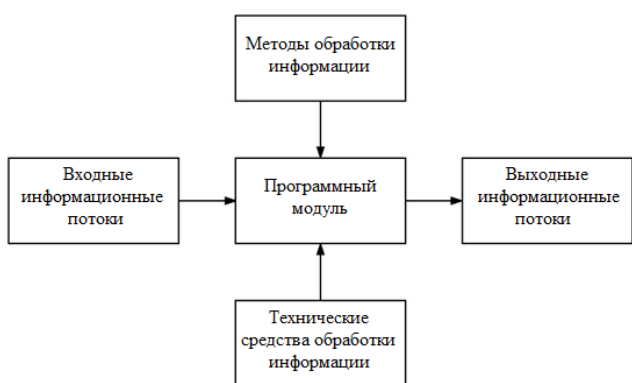


Рисунок 3. Общая структура программного обеспечения

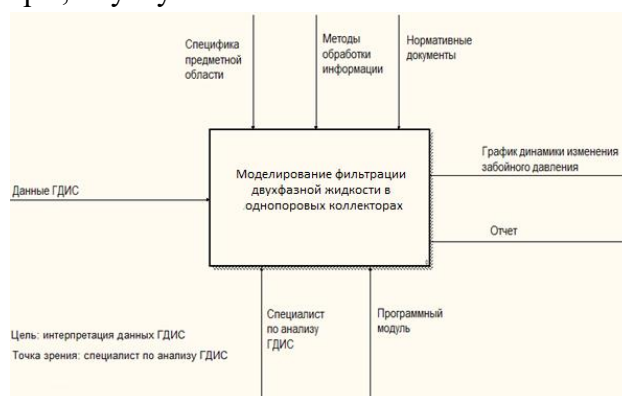


Рисунок 4. Функциональная модель программного обеспечения

На рисунке 4 представлена функциональная модель разработанного программного обеспечения, построенная в соответствии с методологией IDEF0. На модели отображены цель работы и точка зрения. Целью разрабатываемого программного обеспечения является интерпретация данных гидродинамических исследований. Конечными пользователями программного обеспечения являются специалисты по анализу ГДИС, поэтому они определены в качестве точки зрения модели.

Входными данными выступают данные гидродинамических исследований: фильтрационные свойства пласта, физические свойств жидкости и т.д. В качестве управления выступают различные управляющие, регламентирующие или нормативные данные. В управление выделяются несколько сущностей: специфика предметной области, нормативные документы, методы обработки информации. Спецификой предметной области определяется вид математической модели. Нормативные документы регламентируют единицы измерения величин, вид отчета по результатам моделирования. С помощью методов обработки информации определяются механизмы загрузки и хранения данных внутри программного обеспечения. Ресурсы, с помощью которых исполняется работа программного обеспечения, на диаграмме представляют механизмы, к которым причисляется пользователь ПО, осуществляющий загрузку данных и задание параметров расчета, а также аппаратные средства, выполняющие расчет. Выходными потоками является любой результат работы. Результатом работы разрабатываемого программного обеспечения являются графики изменения динамики забойного давления в зависимости от времени и пространства.

Конечный вид программного обеспечения определяют инструменты, выбранные для его разработки. Инструментами разработки являются парадигма программирования, язык программирования, инструментальная среда разработки. Выбор инструментов влияет на способы реализации задачи, критерии качества программного обеспечения, представление данных, вид графического пользовательского интерфейса. Для разработки ПО в качестве инструментальной среды разработки использована Microsoft Visual Studio Community 2021 с поддержкой языка C++, реализующего объектно-ориентированную парадигму.

В четвертой главе представлены основные результаты работы. В разработанном программном обеспечении проводится моделирование процесса массопереноса двухфазной жидкости в однопоровых коллекторах. ПО использует полученные модели и разностные схемы. Численное решение производится методом скалярной прогонки. Моделирование проводится для гидродинамического исследования на добывающей скважине. Программное обеспечение разработано в соответствии с предъявляемыми к нему требованиями и с использованием выбранных средств разработки. ПО разработано для конечного пользователя – специалиста по анализу и интерпретации гидродинамических исследований скважин. ПО имеет интуитивно понятный интерфейс, возможность загружать входные данные из файлов, сохранять полученные результаты в файл.

Интерфейс разработанного программного обеспечения представлен на рисунке 5. Большую часть главного окна занимает средство построения графиков. Графики добавляются путем выбора соответствующего пункта меню. В окне с добавлением графика задаются параметры модели: фильтрационные свойства пласта, физические свойства нефти и воды. Параметры модели можно загрузить из файла с жесткого диска посредством диалогового окна с пользователем. Параметры расчета для метода скалярной прогонки задаются в меню настроек. После задания параметров модели и расчета, запускается расчет, по результату работы которого строится график в главном окне ПО. По окончании работы эти данные можно сохранить на жесткий диск. Данные сохраняются в виде файла, представляющего собой набор строк, на каждой из которой содержится одна точка графика.

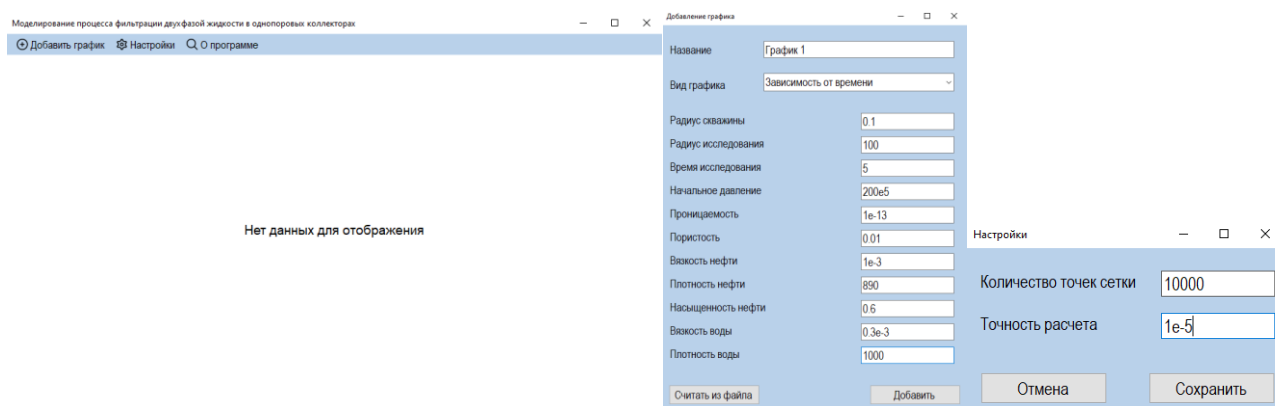


Рисунок 5. Интерфейс программного обеспечения

В разработанном программном обеспечении проведен ряд расчетов, позволяющий оценить результат работы ПО.

Для проведения расчетов вводится следующая постановка задачи: добывающая вертикальная скважина простаивала некоторое время. Скважина эксплуатирует один пласт. В коллекторе наблюдается стационарный режим, а давление около стенок скважины совпадает с пластовым давлением всего объекта разработки. В начальный момент времени скважина запускается в работу, при этом поддерживается постоянное забойное давление, создающее депрессию для притока жидкости к скважине. На границе пласта поддерживается постоянное давление. Соседние скважины, эксплуатирующие тот же пласт, не оказывают влияния. Заданы начальные и граничные условия, а также параметры расчета для скалярной прогонки, представленные в таблице 1.

Таблица 1.

Начальные и граничные условия, параметры расчета

	Значение	Единица измерения
Радиус скважины, r_w	0,1	м
Радиус исследования, R	50	м
Время исследования, t	5	ч
Начальное давление, P_0	200e5	МПа
Проницаемость, k	1e-13	м ²
Пористость	0,01	
Вязкость воды, μ_w	0,3e-3	Па·с
Вязкость нефти, μ_o	1e-3	Па·с
Насыщенность нефти, S_w	0,6	
Плотность воды, ρ_w	1000	кг/м ³
Плотность нефти, ρ_o	890	кг/м ³
Точность, $\varepsilon_1, \varepsilon_2$	1e-7	
Шаг по времени, τ	0,1	с
Количество точек в пространстве, N	10000	

Используя данные из таблицы 1 построен график динамики изменения давления, представленный на рисунке 6.

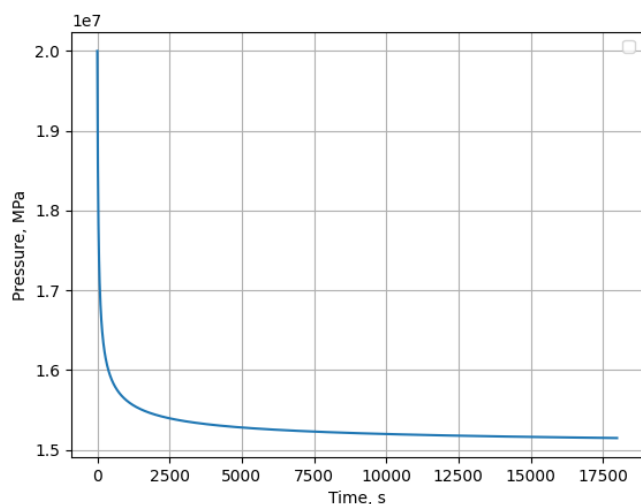


Рисунок 6. Динамика давления

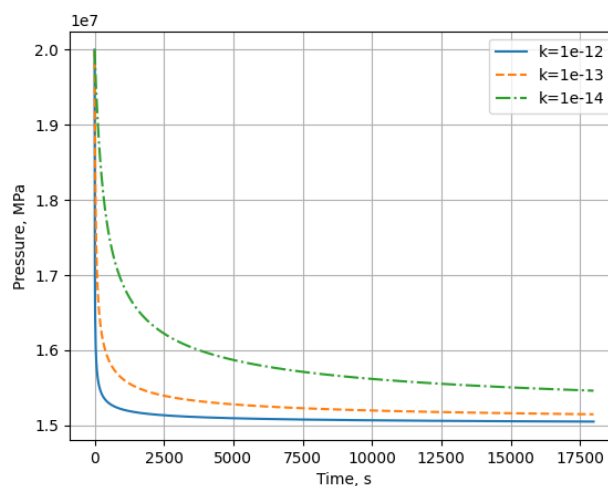


Рисунок 7. Динамика давления при различных проницаемостях

Как следует из рисунка 6, после запуска скважины в работу в течение короткого периода времени наблюдается резкое снижение давления, после чего прослеживается стабилизация давления и его плавное снижение до определенного уровня (152 МПа). На рисунке 7 продемонстрированы графики изменения давления в зависимости от времени для различных значений проницаемости. На графике видно, что с повышением проницаемости коллектора, увеличивается скорость падения давления во время работы скважины.

Помимо проницаемости в работе исследовано влияние других параметров модели на конечный вид графиков динамики давления. В результате отмечено, что проницаемость оказывает наибольшее влияние.

Рисунок 8 показывает динамику давления по пространству в конечный момент времени ($t = 5$ ч). На графике видно, что давление изменяется только вблизи скважины, объясняя приток жидкости к скважине. На рисунке 9 изображен график распределения давления по пространству в различные моменты времени: 3000 с, 6000 с, 9000 с. На графике видно, что с увеличением времени работы скважины увеличивается воронка депрессии, данное явление можно объяснить тем, что происходит постоянный отбор жидкости из пласта.

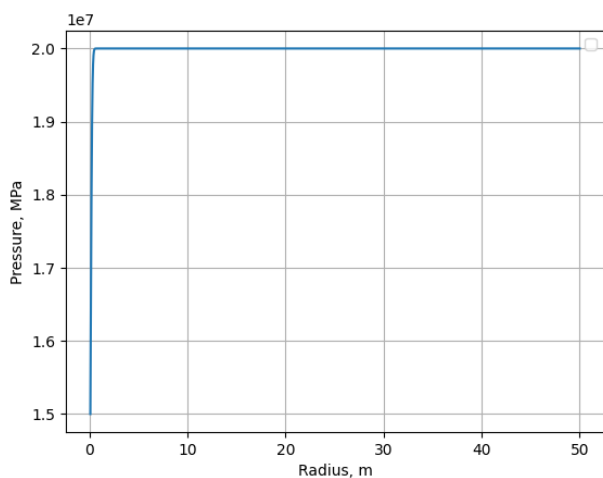


Рисунок 8. Динамика давления по пространству ($t = 5$ ч)

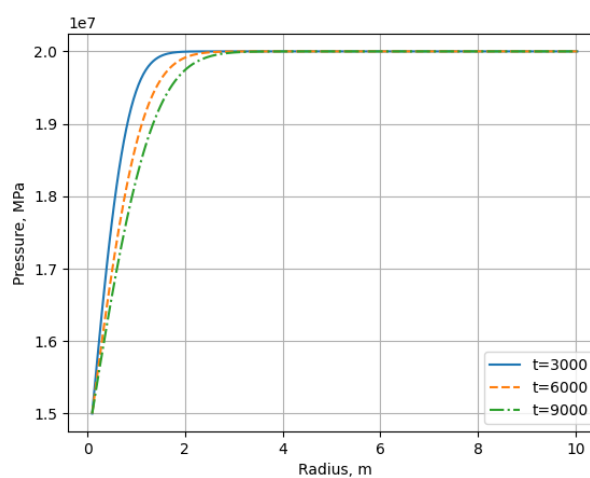


Рисунок 9. Динамика давления по пространству в различные моменты времени

Полученная в ходе исследования модель и метод решения позволяют адекватно описывать фильтрацию двухфазной жидкости в однопоровых коллекторах. Модель является устойчивой и сходится. Графики построены с помощью написанного компактного программного обеспечения, таким образом его можно использовать на практике.

В заключении представлены выводы по результатам работы, рекомендации, а также перспективы дальнейшего развития исследования.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ И ВЫВОДЫ

1. Построены математические модели процесса массопереноса жидкости в случаях однофазной и двухфазной фильтрации в однопоровом коллекторе при проведении гидродинамического исследования на добывающей скважине.

2. Для построенных математических моделей получены неявные численные схемы на основе алгоритма расщепления модели по физическим процессам для решения задачи нестационарного течения однофазного и двухфазного потоков в нефтяном пласте.

3. Разработано компактное программное обеспечение для моделирования процесса массопереноса жидкости в случае фильтрации двухфазной жидкости в однопоровом коллекторе с учетом практических требований, возникающих при проведении гидродинамического исследования на добывающей скважине. В программном обеспечении проведен ряд параметрических исследований с использованием вычислительной техники. Рассмотрено влияние различных параметров модели на вид конечного результата, и сделан вывод, что наибольшее влияние оказывает проницаемость. На основе разработанного компактного ПО рассчитаны оптимальные режимы работы и длительности исследования ГДИС на добывающей скважине.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ОПУБЛИКОВАНО В СЛЕДУЮЩИХ РАБОТАХ:

1. Bobreneva Yu.O., **Mazitov A.A.**, Gubaydullin I.M. Researching the mechanisms of fluid flow in the fracture-porous reservoir based on mathematical modeling // Computational Mathematics and Information Technologies. – 2018. – V. 2, № 2. – P. 133-143. (Scopus, РИНЦ).
2. Bobreneva Yu.O., **Mazitov A.A.** and Gubaydullin I.M. Mathematical modelling of fluid flow processes in the fracture-porous reservoir // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. – 2019. – V. 1096. – 012187. (Scopus, РИНЦ).
3. Бобренёва Ю.О., **Мазитов А.А.**, Губайдуллин И.М. Математическое моделирование процесса массопереноса в коллекторе трещиновато-порового типа // Сборник трудов ИТНТ-2018. Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева. – 2018. – С. 1775–1780. (РИНЦ).
4. **Мазитов А.А.**, Бобренёва Ю.О., Губайдуллин И.М. Моделирование процесса массопереноса жидкости в коллекторах с двойной пористостью // Актуальные проблемы науки и техники – 2018: сборник материалов конференции. – 2018. – Т. 1. – С. 143-144. (РИНЦ).
5. Бобренёва Ю.О., **Мазитов А.А.**, Губайдуллин И.М. Исследование механизмов фильтрации в коллекторе трещиновато-порового типа на основе математического моделирования // Computational Mathematics and Information Technologies. – 2018. – V. 2, № 2. – P. 133-143. (РИНЦ).
6. **Мазитов А.А.**, Бобренёва Ю.О., Губайдуллин И.М. Моделирование полей давления в трещиноватых коллекторах // Тезисы Международной конференции «Актуальные проблемы

- вычислительной и прикладной математики». Ин-т вычислительной математики и матем. геофизики СО РАН. Новосибирск. – 2019. – С. 32. (РИНЦ).
7. Смирнов Д.Д., Бобренёва Ю.О., **Мазитов А.А.**, Марченко М.А., Губайдуллин И.М., Черных И.Г. Параллельный алгоритм численного метода моделирования массопереноса в трещиновато-поровом коллекторе на суперкомпьютере // В сборнике: Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ-2020). Короткие статьи и описания плакатов. – 2020. – С. 255-264. (РИНЦ).
8. **Мазитов А.А.**, Бобренёва Ю.О., Губайдуллин И.М. Математическое моделирование нестационарного течения многофазного потока в пористой среде // Сборник материалов IX Международной научной молодежной школы-семинара имени Е.В. Воскресенского. – 2020. – С. 94-95. (РИНЦ).
9. Бобренёва Ю.О., Еникеева Л.В., **Мазитов А.А.**, Узянбаев Р.М., Губайдуллин И.М. Численное моделирование массопереноса двухфазной жидкости в трещиновато-поровом коллекторе // Материалы Международной конференции Воронежская весенняя математическая школа Понтрягинские чтения — XXXII. – 2021. – С. 29-30. (РИНЦ).
10. Еникеева Л.В., Узянбаев Р.М., **Мазитов А.А.**, Бобренёва Ю.О., Губайдуллин И.М. Параллельный алгоритм численного метода моделирования массопереноса двухфазной жидкости в трещиновато-поровом коллекторе // Суперкомпьютерные дни в России: Труды международной конференции. – 2021. – С. 171-172. (РИНЦ).
11. **Мазитов А.А.**, Бобренёва Ю.О., Губайдуллин И.М. Моделирование полей давления в трещиноватых коллекторах // Труды международной конференции «Марчуковские научные чтения». – 2019. – С. 318-322. (РИНЦ).
12. **Мазитов А.А.**, Бобренёва Ю.О., Губайдуллин И.М. Математическое моделирование многофазных потоков с использованием современных технологий // В книге: Суперкомпьютерные технологии математического моделирования. Тезисы докладов V международной конференции. – 2022. – С.26. (РИНЦ).
13. **Мазитов А.А.**, Узянбаев Р.М. Математическое моделирование нестационарного однофазного потока в пористых коллекторах // В сборнике: Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ-2022). Короткие статьи и описания плакатов. – 2022 – С.138. (РИНЦ).
14. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2019664711 от 13.11.2019. «Программный модуль для построения полей давления в коллекторах трещиновато-порового типа». Авторы: Бобренёва Ю.О., **Мазитов А.А.**, Губайдуллин И.М.