

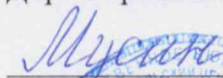
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ НАУЧНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ УФИМСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК


РЕКОМЕНДОВАНО

УТВЕРЖДАЮ


Директор института ИМВЦ УФИЦ РАН

Врио руководителя УФИЦ РАН


И.Х.Мусин


В.Б. Мартыненко

«17»  2022 г.

«18»  2022 г.



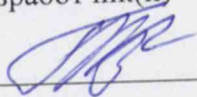
ПРОГРАММА

кандидатского экзамена по научной специальности

1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Программа составлена в соответствии с научной специальностью и отраслью науки, предусмотренными номенклатурой научных специальностей, по которым присуждаются учёные степени (утверждена Приказом Минобрнауки России от 24.02.2021 г. № 118).

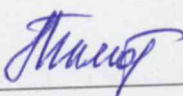
Разработчик(и)



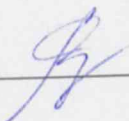
д-р физ.-мат. наук, профессор Б.Н.Хабибуллин

Согласовано:

Заведующий отделом аспирантуры УФИЦ РАН

 /М.Ю. Тимофеева

Ученый секретарь ИМВЦ УФИЦ РАН

 /В.Ф. Вильданова

Кандидатский экзамен является формой промежуточной аттестации и имеет целью проверку сформированности следующих компетенций:

- способности самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий;
- готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области вещественного, комплексного и функционального анализа;
- способность к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертации на соискание ученой степени кандидата наук по научной специальности «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».

**Компетенции аспиранта и формы проверки их сформированности
в рамках процедуры сдачи кандидатского экзамена**

Компетентностная характеристика аспиранта	Формы проверки на кандидатском экзамене
	Устный экзамен
способность самостоятельно осуществлять научно-исследовательскую деятельность в соответствующей профессиональной области с использованием современных методов исследования и информационно-коммуникационных технологий	1,2 вопрос
готовность использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области вещественного, комплексного и функционального анализа	1,2 вопрос
способность к самостоятельному проведению научно-исследовательской работы и получению научных результатов, удовлетворяющих установленным требованиям к содержанию диссертации на соискание ученой степени кандидата наук по научной специальности «Вещественный, комплексный и функциональный анализ».	1,2 вопрос

СОДЕРЖАНИЕ КАНДИДАТСКОГО ЭКЗАМЕНА

1. Вещественный анализ

1. Меры, измеримые функции, интеграл. Конструкция лебеговского продолжения. Измеримые функции.
2. Сходимость функций по мере и почти всюду. Теоремы Егорова и Лузина.
3. Предельный переход под знаком интеграла. Теоремы Лебега, Леви.
4. Прямые произведения мер. Теорема Фубини.
5. Неопределенный интеграл Лебега и теория дифференцирования. Дифференцируемость монотонной функции почти всюду.
6. Функции с ограниченным изменением (вариацией). Производная неопределенного интеграла Лебега. Задача восстановления функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Теорема Радона-Никодима.
7. Пространства суммируемых функций и ортогональные ряды. Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства L^p , их полнота.
8. Полные и замкнутые системы функций. Ортонормированные системы в L^2 и равенство Парсеваля. Ряды по ортогональным системам.
9. Гладкие многообразия и дифференциальные формы. Касательное пространство к многообразию в точке. Дифференциальные формы на многообразии. Внешний дифференциал.
10. Интеграл от формы по многообразию. Формула Стокса. Основные интегральные формулы анализа.

2. Комплексный анализ

11. Интегральные представления аналитических функций. Интегральная теорема Коши и ее обращение (теорема Мореры). Интегральная формула Коши.
12. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца.
13. Интеграл типа Коши его предельные значения. Формулы Сохоцкого.
14. Ряды аналитических функций. Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теорема Вейерштрасса. Представление аналитических функций степенными рядами, неравенства Коши.
15. Нули аналитических функций. Теорема единственности.
16. Изолированные особые точки (однозначного характера). Теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов.
17. Принцип аргумента. Теорема Руше.
18. Целые и мероморфные функции. Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. Теорема Миттаг-Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.
19. Конформные отображения. Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Критерии однолиственности. Теорема Римана. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях.
20. Аналитическое продолжение. Аналитическое продолжение – полная аналитическая функция (в смысле Вейерштрасса). Понятие римановой поверхности. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии.

3. Функциональный анализ

21. Метрические и топологические пространства. Сходимость последовательностей в метрических пространствах. Полнота и пополнение метрических пространств. Сепарабельность.

22. Принцип сжимающих отображений. Компактность множеств в метрических и топологических пространствах.
23. Линейные пространства. Выпуклые множества и выпуклые функционалы, теорема Банаха-Хана. Отделимость выпуклых множеств.
24. Нормированные пространства. Критерии компактности множеств в пространствах C и L^p . Евклидовы пространства. Топологические линейные пространства.
25. Линейные функционалы и линейные операторы. Непрерывные линейные функционалы. Общий вид линейных ограниченных функционалов на основных функциональных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость.
26. Линейные операторы и сопряженные к ним. Пространство линейных ограниченных операторов. Спектр и резольвента. Компактные (вполне непрерывные) операторы. Теоремы Фредгольма.
27. Гильбертовы пространства и линейные операторы в них. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств.
28. Спектральная теория ограниченных операторов в гильбертовых пространствах. Функциональное исчисление для самосопряженных операторов и спектральная теорема. Диагонализация компактных самосопряженных операторов.
29. Неограниченные операторы в гильбертовых пространствах. Спектральная теорема.
30. Дифференциальное исчисление в линейных пространствах. Дифференцирование в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. Производные и дифференциалы высших порядков.

4. Гармонический анализ

31. Тригонометрическая система. Ряды Фурье по тригонометрической системе. Неравенство Бесселя. Экстремальное свойство отрезков ряда Фурье. Поточечная сходимость рядов Фурье. Равномерная сходимость рядов Фурье. Ядра Дирихле и Фейера.
32. Сходимость в L^2 . Формула Парсеваля. Теорема Рисса-Фишера. Суммируемость по Чезаро.
33. C -теорема Фейера. L^1 -теорема Фейера. Следствия этих теорем. Теорема единственности. Аппроксимационные теоремы Вейерштрасса. Лемма Римана. Теорема Римана о локализации.
34. Пространство S бесконечно дифференцируемых быстро убывающих функций. Топология. Основные свойства. Преобразование Фурье и свертка функций из S . Основные топологические свойства пространства S и пространства D бесконечно дифференцируемых функций с компактным носителем.
35. Пространство S' обобщенных функций медленного роста. Слабая производная. Теорема регулярности для обобщенных функций.
36. Преобразование Фурье на S' . Простейшие свойства. Теорема обращения преобразования Фурье на S .
37. Теорема о слабо непрерывном продолжении преобразование Фурье с S на S' . Теорема о L^2 -изометриипреобразования Фурье на S . Свертка.
38. Область значений преобразования Фурье. Классические пространства. Теорема Планшереля. Лемма Римана-Лебега. Неравенство Хаусдорфа-Юнга.
39. Область значений преобразования Фурье. Аналитичность. Теорема Пэли-Винера.
40. Оценки в L^p . Интерполяционная теорема Рисса-Торина. Неравенство Юнга. Интерполяционная теорема Марцинкевича. Неравенство Соболева.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] / Колмогоров А. Н., Фомин С. В. — Москва :Физматлит, 2012 .— 573 с. — (Классический университетский учебник).— Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему «Университетская библиотека online».— ISBN 978-5-9221-0266-7 .—URL:<http://localhost:3571//book/82563/>

2. Бирман М.Ш. Спектральная теория самосопряженных операторов в гильбертовом пространстве [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.Ш. Бирман, М.З. Соломяк .— Изд. 2-е, испр. и доп. — СПб. [и др.] : Лань, 2010 .— 457 с. Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=635

3. Шварц Л. Анализ / Л. Шварц ; пер. Б. П. Пугачева .— Москва : Мир. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=441853

4. Евграфов, М.А. Аналитические функции [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — СПб.:Лань, 2008. — 448 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=134

5. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. «Теория функций комплексной переменной», М.: Физматлит, 2010. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=75710

6. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. «Методы теории функций комплексной переменной», СПб.: Лань, 2002. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=464237

Дополнительная

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=459769

2. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. М.: Наука, 1974. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=459802

3. Рудин У. Основы математического анализа / У. Рудин; пер. с англ. В. П. Хавина .— 4-е изд., стер. — СПб.: Лань, 2004 .— 320 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=447958

4. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ. Учебник [Электронный ресурс] / Кудрявцев Л. Д. — М.: Физматлит, 2003 .— 425 с. — Доступ к тексту электронного издания возможен через Электронно-библиотечную систему «Университетская библиотека online». — ISBN 978-5-9221-0185-4 .— URL:<http://www.biblioclub.ru/book/82818/>

5. Бурбаки Н. Спектральная теория. М.: Мир, 1972. 180 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=453139

6. Робертсон А, Робертсон В. Топологические векторные пространства. - М.:Мир. 1967. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=446156&sr=1

7. Бурбаки Н. Функции действительного переменного. Элементарная теория М. : Изд-во "Наука", 1965. - 423 с. - (Элементы математики). <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112136>

8. Картан А. Дифференциальное исчисление. Дифференциальные формы. М.: Мир. 1971. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=447891

9. Поля Г., Серё Г. Задачи и теоремы из анализа. В 2-х т. М.: Наука. 1978. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=447989&sr=1

10. Кривошеева О.А., Кривошеев А.С., Абдулнагимов А.И.: Целые функции экспоненциального типа. Ряды Дирихле/ монография – Уфа, РИЦ БашГУ. 2015. 196 с. Имеется в достаточном количестве в библиотеке БашГУ и на кафедре математического анализа.

11. Эйдерман В.Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционного исчисления. М.: Физматлит, 2002. 255 с. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=76734

12. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2012. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82563

13. Привалов И. И. *Граничные свойства аналитических функций: учебник* / И. И. Привалов.— Изд. 2-е, стер. — СПб.; М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1950. — 337 с.
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=436555

14. Шабат Б.В. *Введение в комплексный анализ*. Ч. 1. М.: Наука, 1976 (1985).
http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=464254

Критерии оценивания

Ответ студента на экзамене оценивается на закрытом заседании Государственной комиссии по кандидатскому минимуму, представляет собой среднее арифметическое всех оценок, полученных выпускником на каждом этапе аттестационного испытания, с учетом среднеарифметической оценки сформированности профессиональных компетенций и определяется оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» «неудовлетворительно».

Общие подходы к определению уровня сформированности компетенций студентов на государственном экзамене следующие:

Уровни	Содержательное описание уровня	Основные признаки выделения уровня (критерии оценки сформированности)	Пятибалльная шкала (академическая) оценка
Повышенный	Творческая деятельность	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Умение самостоятельно принимать решение, решать проблему/задачу теоретического или прикладного характера на основе изученных методов, приемов, технологий.	Отлично (5)
Базовый	Применение знаний и умений в более широких контекстах учебной и профессиональной деятельности, нежели по образцу, с большей степенью самостоятельности и инициативы	<i>Включает нижестоящий уровень.</i> Способность собирать, систематизировать, анализировать и грамотно использовать информацию из самостоятельно найденных теоретических источников и иллюстрировать ими теоретические положения или обосновывать практику применения.	Хорошо (4)
Удовлетворительный	Репродуктивная деятельность	Изложение в пределах задач курса теоретически и практически контролируемого материала	Удовлетворительно (3)
Недостаточный	Отсутствие признаков удовлетворительного уровня		неудовлетворительно (2)

Дополнительные критерии оценки устного ответа

Критериями оценки сформированности компетенций будут выступать следующие качества знаний:

-полнота – количество знаний об изучаемом объекте, входящих в программу;

- глубина – совокупность осознанных знаний об объекте;
- конкретность – умение раскрыть конкретные проявления обобщенных знаний (доказать на примерах основные положения);
- системность – представление знаний об объекте в системе, с выделением структурных ее элементов, расположенных в логической последовательности;
- развернутость – способность развернуть знания в ряд последовательных шагов;
- осознанность – понимание связей между знаниями, умение выделить существенные и несущественные связи, познание способов и принципов получения знаний.

Результаты кандидатского экзамена объявляются устно председателем государственной экзаменационной комиссии по окончании закрытого заседания государственной экзаменационной комиссии, заполнения экзаменационной ведомости, подписания протоколов.